

**UNIVERSIDADE METROPOLITANA DE SANTOS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JESSÉ WAKAI JORGE

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A PRÁTICA DO ENSINO
DE FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU COM O USO DO GEOGEBRA**

**SANTOS – SP
2018**

JESSÉ WAKAI JORGE

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A PRÁTICA DO ENSINO
DE FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU COM O USO DO GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação
apresentado Universidade Metropolitana de Santos como
requisito parcial para a obtenção do título de
Licenciado(a) em Matemática.

Orientador: Prof^a. Dra. Auriluci de Carvalho Figueiredo

**SANTOS – SP
2018**

JESSÉ WAKAI JORGE

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A PRÁTICA DO ENSINO
DE FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU COM O USO DO GEOGEBRA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado a Universidade Metropolitana de Santos como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado(a) em Matemática.

Aprovado em: ____ de _____ de _____.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dra. Auriluci de Carvalho Figueiredo
Orientadora - UNIMES

Nome do professor - instituição

Nome do professor - instituição

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Deus, que nos permitiu e nos concedeu, a cada dia de batalha, a oportunidade de avançar para a realização desse trabalho.

Agradecemos também aos nossos familiares pela paciência durante todo esse processo de desenvolvimento.

Agradecemos a colaboração dos colegas e das pessoas que aprendemos a admirar e com as quais cultivamos uma amizade que, certamente, não pretendemos encerrar ao final desta etapa.

Ainda, agradecemos a universidade, a direção e administração junto ao corpo docente, que nos permitiram a oportunidade da realização e conclusão de mais um curso de ensino superior.

Por fim, agradecemos especialmente aos nossos professores mestres e doutores pelo rico conhecimento e aprendizado, ao qual vai além dos requisitos de nossa formação, a realização de ser um educador de Matemática.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu,
mas pensar o que ninguém pensou sobre aquilo que
todo mundo vê.” (Arthur Schopenhauer)*

RESUMO

As preocupações em relação às novas dinâmicas para a sala de aula, bem como o papel do professor e o papel das tecnologias em sala de aula, são temas recorrentes em educação matemática. As Tecnologias de Informação e Comunicação exercem um papel cada vez mais importante na forma de nos comunicarmos, aprendermos e vivermos. Em consonância as novas mudanças, o objetivo subsidiou-se em propor atividades que auxiliassem o professor de matemática em sala de aula, com o uso de recurso tecnológico. Neste interesse o trabalho propõe uma metodologia diferenciada para a prática do ensino da função do 2º grau, no desenvolvimento dos conteúdos de matemática em sala de aula, com o uso de recursos tecnológicos que já fazem parte do dia-a-dia dos estudantes. Esta visão deve proporcionar aos alunos das séries finais do ensino fundamental e/ou iniciais ao ensino médio, por meio da proposta de ensino, a construção do conhecimento a partir da manipulação, observação e análise utilizando o *software* GeoGebra, a abordar metodologia de um roteiro proposto como sequência de ensino. Procuraremos utilizar o GeoGebra em dispositivos móveis dos estudantes, em sala de aula, sob um viés metodológico construcionista por meio de etapas, no qual possibilitam os estudantes a manipular o *software* modificando as condições e características das funções quadráticas, podendo investigar, fazer descobertas e validar suas conjecturas. Assim, conforme algumas literaturas PAPERT (1985), MORAN (2015) e BORBA (2015) e referenciais bibliográficos BNCC (2017) e PCNEM (2006) nos trazem, o processo de ensino deixa de ser um ato de memorização, aos conceitos matemáticos, com mera repetição de conteúdos. O conhecimento tende à torna-se descentralizado e construído em relação com o contexto em que é utilizado. Destaca-se que por meio do auxílio de tecnologia em sala de aula, a promoção dos significados da construção dos conceitos aplicados possam ser atingidos, a partir de ações motivadoras e agradáveis do ensino para a aprendizagem. Entretanto, compreendemos que diante de novas perspectivas, não devemos enxergar os recursos tecnológicos como salvadores da educação matemática, logo propõem-se mudanças nas práticas metodológicas em sala de aula, por meio de hipóteses e reflexões acerca da utilização do GeoGebra.

Palavras chave: GeoGebra, Função Quadrática, Sequência de Ensino, Educação Matemática.

ABSTRACT

Concerns about the new dynamics of the classroom, as well as the teacher's role and the role of the technology in the classroom, are recurring themes in mathematics education. Information and Communication Technologies play an increasingly important role on the way communicate, learn and live. According to the new changes, in this current study we propose activities that help mathematics teachers in the classroom with the use of technological resources, more specifically, we propose a differentiated methodology for the teaching of the quadratic function with the use of technological resources that are already part of students' daily life. This view should provide the students of the final grades of elementary school or the initial grades of high school with the construction of knowledge based on manipulation, observation and analysis using the software GeoGebra. We use GeoGebra on students' mobile devices in the classroom, under a methodological constructionist bias based on stages in which students can manipulate the software by modifying the conditions and characteristics of the quadratic functions, being able to investigate, make discoveries and validate their hypotheses. Therefore, as we can see in the literature (PAPERT 1985; MORAN 2015; BORBA 2015; BNCC 2016; PCNEM 2006), the teaching process ceases to be an act of memorization of mathematical concepts, with mere repetition of contents. Knowledge tends to become decentralized and built in relation to the context in which it is used. It is highlighted that through the help of technology in the classroom, the promotion of meaningful construction of applied concepts can be achieved through motivating and enjoyable tasks from teaching to learning. However, we understand that in view of the new perspectives, we should not see the technological resources as saviors of the mathematical education, so we propose changes in the methodological practices in the classroom, which includes hypotheses building and reflections about the use of GeoGebra.

Keywords: GeoGebra, Quadratic Function, Sequence of Teaching, Mathematical Education.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Representação do <i>software</i> GeoGebra..... | 31 |
| Figura 2 – Dispositivos de aplicação do <i>software</i> GeoGebra..... | 31 |
| Figura 3 – Zonas do <i>software</i> GeoGebra | 32 |
| Figura 4 – Tela do GeoGebra aberto | 38 |
| Figura 5 – Janela de visualização do Controle Deslizante | 39 |
| Figura 6 – Exibição do Controle Deslizante..... | 39 |
| Figura 7 – Comando Interseção de Dois Objetos..... | 44 |

LISTA DE GRÁFICOS

| | |
|--|----|
| Gráfico 1 – Gráficos de $y = a.x^2$, com $a > 0$ | 35 |
| Gráfico 2 – Gráficos de $y = a.x^2$, com $a \in \mathbb{R}$ | 36 |
| Gráfico 3 – Gráficos de $y = x^2+c$, com $c \in \mathbb{R}$ | 37 |
| Gráfico 4 – Manipulação dos coeficientes | 40 |
| Gráfico 5 – Situação coeficiente $b = 0$ | 41 |
| Gráfico 6 – Situação coeficiente $c = 0$ | 41 |
| Gráfico 7 – Situação coeficiente $a = 0$ | 42 |
| Gráfico 8 – Seleção da Interseção de Dois Objetos | 44 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|--|----|
| Quadro 1 – Quadro Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática..... | 26 |
|--|----|

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|-------|---|
| BNCC | Base Nacional Comum Curricular |
| PCN | Parâmetros Curriculares Nacionais |
| PCNEM | Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio |
| TD | Tecnologias Digitais |
| TIC | Tecnologias de Informação e Comunicação |

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| RESUMO | 06 |
| ABSTRACT | 07 |
| Lista de Figuras | 08 |
| Lista de Gráficos | 09 |
| Lista de Quadros | 10 |
| Lista de Abreviaturas | 11 |
| 1 INTRODUÇÃO | 13 |
| 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 17 |
| 2.1 Construcionismo | 17 |
| 2.2 A Concepção do Educador na Sala de Aula | 20 |
| 2.3 Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática | 24 |
| 2.4 Abordagem sobre Ensino de Função do Segundo Grau | 28 |
| 2.5 <i>Software</i> GeoGebra..... | 30 |
| 3 PERCURSO METODOLÓGICO | 33 |
| 3.1 Abordagem ao Processo | 33 |
| 3.2 Atividade Proposta | 34 |
| 3.2.1 Etapa 1 | 34 |
| 3.2.2 Etapa 2 | 35 |
| 3.2.3 Etapa 3 | 37 |
| 3.2.4 Etapa 4 | 38 |
| 3.2.5 Etapa 5 | 40 |
| 3.2.6 Etapa 6 | 40 |
| 3.2.7 Etapa 7 | 42 |
| 3.2.8 Etapa 8 | 43 |
| 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 46 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 47 |
| ANEXOS | 50 |

1 INTRODUÇÃO

O ato de aprender e ensinar estão a se transformar, em razão da mudança da sociedade, comercialização, industrialização, das estruturas familiares e das crianças, jovens e adolescentes com uma visão diferente de mundo e de escola. O uso de tecnologias e os meios de comunicação têm impactado as nossas relações cotidianas e influenciado o desenvolvimento em vários contextos, porém o processo de ensino na sua grande maioria das instituições básicas ainda é o mesmo.

Como aplicadores de exatas percebemos a falta de compreensão e interesses dos alunos, em práticas de ensino mecanizadas e metodologias educacionais tradicionais, são enormes. Fato este que, nos dias de hoje, o ensino da matemática vem sendo discutido, e cada vez mais, vem sendo renovado. Logo a curiosidade e o desejo pela busca de novas metodologias de ensino e a necessidade à preocupação ao conhecimento pedagógico nos fizeram pensar: *“será que no ensino da matemática deve-se levar em consideração a forma ou a atividade de matemática ? E em relação aos recursos ? O que deveríamos considerar mais importante ?”*

Acredita-se que o modo de ensinar um conteúdo não pode ser estático, mas, ao contrário, deve acompanhar as mudanças na sociedade e refletir isso em sala de aula. Para isso, é essencial desenvolver atividades que explorem essa criatividade e estimulem seu senso crítico. Só desta maneira os alunos poderão compreender e desmistificar a matemática.

Nessa medida, os PCNEM (BRASIL, 2006) incluem orientações didáticas que são subsídios à reflexão sobre como ensinar de forma significativa, a disponibilizar o envolvimento do aluno na aprendizagem e a estabelecer relações de empenho entre o que já sabe e o que está a ser aprendido, utilizando instrumentos ou recursos adequados que se dispõe para alcançar a compreensão possível.

Os PCNEM (2006) explanam também que:

“[...] Isso não significa que os exercícios do tipo “calcule...”, “resolva...” devam ser eliminados, pois eles cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma são suficientes para preparar os alunos tanto para que possam continuar aprendendo, como para que construam visões de mundo abrangentes ou, ainda, para que se realizem no mundo social ou do trabalho. [...] A maneira como se

organizam as atividades e a sala de aula, a escolha de materiais didáticos apropriados e a metodologia de ensino é que poderão permitir o trabalho simultâneo dos conteúdos e competências. Se o professor insistir em cumprir programas extensos, com conteúdos sem significado e fragmentados, transmitindo-os de uma única maneira a alunos que apenas ouvem e repetem, sem dúvida as competências estarão fora de alcance (BRASIL, 2006, p.113).”

O sucesso ou o fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e os estudantes. Por esta razão o papel que o educador desempenha é fundamental na disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos.

De acordo com o PCN (BRASIL, 1998), cada aluno é sujeito de seu processo de aprendizagem, enquanto o professor é o mediador na interação dos alunos com os objetos de conhecimento. O processo de aprendizagem compreende também a interação dos alunos entre si, essencial para socialização.

Algumas discussões sobre a utilização de recursos tecnológicos, em sala de aula na educação matemática, tem se apresentado de forma constante em literaturas. Estudos assinalam variadas contribuições do uso destes recursos no ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Dentre essas pesquisas podemos citar alguns referenciais como: PAPERT (1985), MORAN (2015) e BORBA (2015) e documentos oficiais BNCC (2017) e PCNEM (2006), que revelam a valorização da possibilidade do processo de ensino deixar de ser um ato de memorização, com mera repetição de conteúdos.

Desta forma, o recurso tecnológico passivo ao ensino e aprendizagem é fonte de informação, não devendo ser utilizado com exclusividade. Existir diversidade é importante no diálogo e na comunicação para que os conteúdos ministrados possam ser tratados e exemplificados de maneira mais ampla e agradável.

Sendo assim, a motivação deste tema surgiu por meio de algumas atividades introduzidas neste curso de Licenciatura em Matemática a trazer a prática de um Laboratório de Matemática com recurso tecnológico que envolvia diversos assuntos matemáticos e pela curiosidade e o desejo na busca de novas metodologias de ensino de matemática.

Nesta linha de trabalho subsidiou-se o interesse em buscar atividades que auxiliassem o professor em sala de aula com o uso de *software* GeoGebra como recurso didático para facilitar o interesse e a compreensão dos estudantes em determinados conceitos matemáticos. Pois o entendimento do conhecimento matemático em alguns assuntos específicos pode vir a ser mais simples, agradável e divertido com a manipulação deste recurso.

A escolha do GeoGebra se concretiza por ser um dos *software* matemáticos *open source*¹ e gratuito mais presente em diversos países, e seu manuseio simples e dinâmico que fornece aos estudantes a possibilidade de explorar, visualizar, verificar conjecturas, analisar, elaborar ideias, redescobrir novos conhecimentos sem limites para a sua curiosidade e criatividade.

Neste sentido decidimos elaborar, para futuras análises, quais influências ou perspectivas são relevantes para a construção do conhecimento matemático. Sendo assim, por meio de uma proposta metodológica para a prática do ensino de função do segundo grau, também conhecida como função quadrática, com o uso do GeoGebra.

A estruturação deste trabalho está dissertada em quatro capítulos. O capítulo 1 (um) está apresentada sob uma abrangência em linhas gerais de introdução, e no capítulo 4 (quatro) apresenta um desfecho de todo enredo do trabalho, a colocar a visão, sobre a noção do que entendemos por sala de aula, ou procurar expandir o que de novas metodologias essas TIC podem oferecer para a educação, como considerações finais.

No capítulo 2 (dois) encontramos as fundamentações teóricas que relatam abordagens de bases literárias, afim de consolidar estruturas no processo de ensino em oposição ao ato de memorização, aos conceitos matemáticos, com mera repetição de conteúdos. Todavia, o conhecimento tende a torna-se descentralizado e construído em relação com o contexto em que é utilizado. A respeito das concepções educacionais e metodologias mais progressistas e renovadoras no que tange ao desenvolvimento tecnológico e suas práticas no ensino de conteúdos de matemática em sala de aula, com o uso de recursos tecnológicos.

No capítulo 3 (três) são descritos os percursos metodológicos e de desenvolvimento do trabalho, que propõe uma metodologia para a exploração da

¹ *Open source* é um termo em inglês que significa código aberto. Isso diz respeito ao código-fonte de um *software*, que pode ser adaptado para diversos fins.

prática de ensino da função do 2º grau, no desenvolvimento dos conteúdos de matemática em sala de aula, engrenada a uma sequência de etapas a serem efetuadas que estabelecerão discussões, questionamentos, conjecturas e fatos gerais, com o uso de recursos tecnológicos que já fazem parte do dia-a-dia dos alunos. Para isto faremos uso do *software* GeoGebra.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Construcionismo

José de Anchieta Silveira (2017, p. 122) em seu artigo intitulado “Construcionismo e Inovação Pedagógica: uma visão crítica das concepções de Papert sobre o uso da tecnologia computacional na aprendizagem da criança” conceitua construcionismo:

Papert, para elaborar sua concepção de Construcionismo, aprofundou-se na Teoria Construtivista de Piaget e Vigotsky, mas acabou se distanciando da Psicologia do Desenvolvimento, passando a alinhar uma teoria mais voltada para a intervenção pedagógica. Dessa forma, como o próprio Papert deu início, o Construcionismo passa a ser uma “reconstrução pessoal do construtivismo”. Mesmo tendo trabalhado com Piaget, e em muitas oportunidades ter reconhecido a extraordinária contribuição científica do teórico do Construtivismo, Papert diverge daquele estudioso em relação ao estabelecimento de tarefas/ atividades que a criança deve fazer/aprender/desenvolver em determinada faixa etária.

De acordo com Kafai e Resnick (1996) apud Fernando Marinho e Miriam Struchiner (2013, p. 6) esclarece:

Construcionismo é ao mesmo tempo uma teoria de aprendizagem e de uma estratégia para a educação. Baseia-se nas teorias “construtivistas” de Jean Piaget, afirmando que o conhecimento não é simplesmente transmitido do professor para o aluno, mas ativamente construído pela mente do aluno. [...] Além disso, o construcionismo sugere que os alunos são particularmente propensos a criar novas ideias quando e estão empenhados ativamente em fazer algum tipo de artefato externo, seja ele um robô, um poema, um castelo de areia, ou um programa de computador que podem refletir em cima e compartilhar com os outros. Assim, o construcionismo envolve dois tipos entrelaçados de construção: a construção do conhecimento no contexto da construção de artefatos pessoalmente significativo.

“*Seymour Papert*”², natural da África do Sul era matemático e pesquisador na área de Inteligência Artificial. Na Universidade de Genebra, em meados do início da

² Na educação, Seymour Papert cunhou o termo Construcionismo como sendo a abordagem do Construtivismo que permite ao educando construir o seu próprio conhecimento por intermédio de alguma ferramenta, como por exemplo, o computador.

década de 1960, contribuiu, juntamente, com os trabalhos de “*Jean Piaget*”³, para que considerasse o uso da matemática no processo de como as crianças pudessem aprender a pensar.

Afilhou-se ao Massachusetts Institute e em parceria com Marvin Lee Minsky planejou o Laboratório de Inteligência Artificial. Embora a tecnologia desempenhe um papel fundamental no futuro da educação, o foco principal não está na máquina, mas na mente e, principalmente, na forma como os movimentos intelectuais e culturais se auto-definem e crescem. (PAPERT, 1985)

Santos e Pinheiro (2014, p. 5-6) esclarece:

O construcionismo envolve uma estratégia para a aprendizagem de conceitos inerentes aos saberes escolares, principalmente os que podem ser relacionados à construção e programação de dispositivos, dentre os quais estão os computadores e os aparatos robóticos. Desde então, houve uma produção razoavelmente significativa de trabalhos nessa linha de investigação, mas em número pequeno quando comparada ao número total de pesquisas relacionadas ao uso das TIC no ensino e na aprendizagem.

Tendo como principal defensor Seymour Papert, essa metodologia de ensino tem como base a interação do aluno com a máquina, onde o aluno não só recebe informação, mas também a instrui, tendo o professor como mediador dos avanços realizados pelo aluno. Onde ao interagir com o computador o professor pode orientar o aluno qual caminho seguir, ou tirar dúvidas caso ocorra algo que o aluno não espera. (PAPERT, 1985)

Um bom exemplo como recurso para o ensino e aprendizagem da matemática é o *software* GeoGebra, que foi ensinado e ministrado em nosso curso de Licenciatura em Matemática pela professora mestre Elizabeth Magalhães de Oliveira, onde o aluno indica as funções, ou operações no *software* e o mesmo mostra o resultado, podendo ser manipulado ou modificado pelos alunos com orientação do educador. Logo é necessário que o orientador tenha conhecimento do uso da tecnologia utilizada.

³ Jean William Fritz Piaget é um importante filósofo da educação, ao qual retratou o Construtivismo. É o autor da Teoria das Quatro Fases Desenvolvimento Humano na área da psicologia da educação. Defendeu uma abordagem interdisciplinar para a investigação epistemológica e fundou a Epistemologia Genética, teoria do conhecimento com base no estudo da gênese psicológica do pensamento humano.

Cunho ao construtivismo, metodologia muito utilizada no âmbito da pedagogia com ênfase no uso de materiais concretos, conforme PAPERT (1985), devido a interação do meio físico, é fundamentada pela 'Teoria das Quatro Fases Desenvolvimento Humano' de Piaget. Ele é mais propício nos anos iniciais da formação que abrange o ensino fundamental I dos alunos onde é necessária uma exploração mais visual dos temas tratados.

De acordo com RAPPAPORT (1981) e PIAGET (1999), o aluno nessa etapa tem um aprendizado mais tátil tendo a necessidade da manipulação dos objetos em questão, nesse caso o uso de informática ficaria em segundo plano, pois nem todos nessa faixa de idade teriam habilidade para usar um aplicativo, onde a interação com o meio nesta fase não seria atingida neste estágio por estes recursos. Então o uso de materiais concretos seria a melhor opção, pois sua manipulação está destinada como uma brincadeira educativa e interativa, aos quais vários alunos podem participar em conjunto ou em coletivo, ao invés da individualização no computador.

O uso de *software* educativo parece uma melhor alternativa para os anos de ensino fundamental II e médio, pois nessa fase os alunos não se interessam mais por objetos manipuláveis e sim por informática e mídias digitais, conforme retrata a 'Quarta Fase do Desenvolvimento Humano' de "Piaget". (RAPPAPORT, 1981)

Temos muitos materiais concretos de boa fundamentação, onde o aprendizado se torna muito agradável e de fácil aprendizado, porém assim como o uso de informática, também é necessário que o professor tenha conhecimento sobre o uso de tais matérias, caso contrário o uso desses materiais se tornaria ineficaz. (BRASIL, 2010)

O educador nos dias atuais não pode ser mais um mero reproduzidor daquilo que aprendeu em seu ensino acadêmico, este deve ser o instrumento que rompe os paradigmas levando ao seu educando a forma do pensar mais ampla a visão do todo, questionando o querer saber mais e o senso crítico.

2.2 A Concepção do Educador na Sala de Aula

Ubiratan D'Ambrosio (2014, p. 29) relata que:

É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico. Muitos dirão: mas a matemática está viva, está-se produzindo mais matemática nesses últimos 20 anos do que em toda a história da humanidade. Sem dúvida. Mas essa produção é produto de uma dinâmica interna da ciência e da tecnologia e da própria matemática. Naturalmente muito intensa, porém não como fonte primária de motivação. Interessa à criança, ao jovem e ao aprendiz em geral aquilo que tem apelo às suas percepções materiais e intelectuais mais imediatas. Por isso é que temos proposto um enfoque ligado a situações mais imediatas.

Os professores de matemática precisam dispor de excelência profissional, para que as atividades, transformações do cotidiano e oportunidades tenham sucesso. Salienta-se que os alunos produzem seus conhecimentos adquiridos, na sala de aula, por meio do 'fazer' matemática uma vez que é uma maneira de promover um ambiente educativo de teorias, definições, exemplos de aplicação além dos exercícios de fixação.

Uma das responsabilidades dos professores é estar sempre atualizado para que possam trocar conhecimento com seus alunos.

De acordo com o PCN (1998, p. 21-22) descreve:

Também existem professores que, individualmente ou em pequenos grupos, têm iniciativa para buscar novos conhecimentos e assumem uma atitude de constante reflexão, o que os leva a desenvolver práticas pedagógicas mais eficientes para ensinar Matemática. De modo semelhante, universidades, secretarias de educação e outras instituições têm produzido materiais de apoio para a prática do professor. No entanto, essas iniciativas ainda não atingiram o conjunto dos professores e por isto não chegam a alterar o quadro desfavorável que caracteriza o ensino de Matemática no Brasil. A formação dos professores, por exemplo, tanto a inicial quanto a continuada, pouco tem contribuído para qualificá-los para o exercício da docência. Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. A interpretação equivocada

de concepções pedagógicas também tem sido responsável por distorções na efetivação de idéias inovadoras que aparecem em diferentes propostas.

Paulo Freire (1996) relata que pensar certo coloca o educador, mais amplamente a escola, a responsabilidade de respeitar os saberes dos alunos, como sua classe social e o meio em que este aluno se situa, mas também discutir com os alunos sobre a razão do por que de alguns saberes dos conteúdos. O saber dos fatos históricos na sala de aula proporciona entendimento dos alunos de forma que os motive a buscarem o conhecimento pelo aspecto da matemática investigativa.

O PCN (1998, p. 35-36) explana que numa reflexão sobre o ensino de matemática é de fundamental importância ao educador:

- Identificar as principais características dessa prática, de seus métodos, de suas ramificações e aplicáveis;
- Conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
- Ter clareza de suas próprias concepções sobre a matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Os professores de matemática necessitam da excelência profissional. Para que as atividades e as transformações do cotidiano obtenham êxito, estas necessitam ser manipuladas pelos alunos de forma que as informações sejam relevantes e seus argumentos realistas para aplicação na vida social. É importante que o educador obtenha a troca de conhecimento com os alunos, e se mantenha sempre que possível atualizado.

Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, é necessária que haja, no professor, sólidos conhecimentos dos conceitos e procedimentos dessas áreas e uma concepção de matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.

Tornar o saber matemático acumulado um saber escolar, passível de ser ensinado/ aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de serem comunicados

diretamente aos alunos. Essa consideração implica em rever a ideia, que persiste na escola, enxergar os objetos de ensino como cópias fiéis dos objetos da ciência (BRASIL, 1998).

De acordo com a perspectiva de cada ano escolar, faz-se necessário que o professor amplie a sua formação, no intuito de adquirir novos conhecimentos, e conseqüentemente, repassar aos alunos novas possibilidades de aprendizado, seguindo como mediador e facilitador do conhecimento para o aluno. O fazer pedagógico do professor deve levar o aluno a pensar que a matemática faz parte do dia-a-dia da vida dele.

Ainda recentes anos atrás, o professor situava-se em apenas repassar o conteúdo ao estudante, e as habilidades dos alunos eram apenas de memorização e de repetição. Ao longo destes, notamos a existência de uma tendência pedagógica em instigar a possibilidade de conhecer e aplicar novas técnicas de ensino em sala de aula. Hoje, observamos que há uma tendência na preocupação em oferecer um ensino mais rico e significativo nas escolas.

Considera-se que alguns desafios devem ser enfrentados em sala de aula, como: desinteresse dos alunos; não cumprimento das atividades propostas; conversas e tumulto durante a aula; preguiça; falta de interesse pela matéria; falta de limites em casa (que acaba refletindo na escola); falta de material pedagógico, entre outros. É importante que os alunos participem do processo de construção do conhecimento, pois isso contribuirá para que sua consciência se torne mais crítica.

A educação matemática não depende apenas das revisões de conteúdo, mas da dinamização do ensino. Diante disso, algumas estratégias de professores podem auxiliar a manter os alunos interessados, tais como: buscar variar os métodos e recursos utilizados durante a aula; procurar conteúdos que atenda o interesse de todos, procurar administrar a formação contínua, e outros.

No campo educacional, ainda temos aquela percepção de que a matemática é uma disciplina difícil e complicada. Alguns chegam a argumentar que muitos conteúdos da matéria são desnecessários, pois acreditam que não fazem relação com o que se vivencia. Cabe ao professor se empenhar em trabalhar com os alunos a diversidade e as dificuldades, a mostrar ao estudante que existem diferentes percursos para chegar à aprendizagem.

Wendel Freire *et al* (2011, p. 84) ressalta:

As relações de reciprocidade na educação vêm sendo mais valorizadas ultimamente. Alguns professores reconhecem que precisam trocar experiências com o aluno. E que devem deixar de ser meros transmissores de informação e desenvolver formas de aprendizagem que estimulem o aluno a pensar e a fazer criativa e colaborativamente. Há uma percepção crescente de que o professor precisa investir em relações de colaboração para construir conhecimento.

O professor não deve ensinar a matemática como um conteúdo pronto e acabado. Pelo contrário, ele deve facilitar a sua compreensão de maneira que os alunos possam construir o conhecimento lógico-matemático de maneira não traumática. A matemática nada mais é do que compreender, construir com significado, aprender a fazer relações entre eles, entre outros fatores.

Gilberto Oliveira (2014) ressalta que a chave para uma mudança de paradigma em técnicas de ensino é o novo modelo de ensino e aprendizagem, desde a infância até a idade adulta.

Os diversos recursos didáticos como jogos, livros, computadores e *software* têm seu papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem. A tecnologia dispõe de inúmeros benefícios e o seu desenvolvimento, cada vez mais rápido, proporciona que a aprendizagem, ocorra dos mais diferentes modos.

Cabe ao professor a escolha do recurso de *software*. Por exemplo, a que se propõe o ensino com a manipulação do GeoGebra, espera-se ser apropriado ao que se deseja alcançar. Podemos dizer que a finalidade do seu uso está diretamente associada ao objetivo a ser alcançado com o seu conteúdo.

É fundamental que o educador tenha conhecimento do *software* que será utilizado com os alunos. Enfatiza-se que na maioria das vezes os alunos participam, conversam, discutem os assuntos da aula com o auxílio do professor. Por meio da manipulação do GeoGebra, acredita-se ser semelhante, pois se trata de uma tecnologia pioneira e que dispõe de várias atividades matemáticas diferenciadas que podem ser exploradas pelos alunos.

2.3 Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática

Atualmente vivemos num cenário de grandes mudanças promovidas pelos avanços tecnológicos, presente das inovações estarem nas mãos de quase a totalidade das crianças, jovens e adultos, independentemente de suas classes socioculturais e econômicas, logo as facilidades para a sua promoção e venda são muitas.

As preocupações em relação às novas dinâmicas para a sala de aula, bem como o papel do professor e o papel das tecnologias em sala de aula, são temas recorrentes em educação matemática. As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) exercem um papel cada vez mais importante na forma de nos comunicarmos, aprendermos e vivermos.

O objetivo da tecnologia, na maioria das vezes, é confundido de forma equivocada pela utilização de equipamentos eletrônicos. Porém em sua forma mais ampla, ela é concebida como método, artefato ou técnica criada pelo homem com o objetivo de suavizar, facilitar ou tornar mais agradável o seu trabalho, sua locomoção ou sua comunicação.

Para performance da educação, a utilização de recursos tecnológicos pode auxiliar como ação motivadora para o ensino e aprendizagem de novos conhecimentos e facilitar a prática docente. (KENSKI, 2009)

De acordo com MORAN *et al* (2015b), as tecnologias nos permitem ampliar os conceitos de aula, porém se o ato de ensinar dependesse somente das tecnologias, já teríamos encontrado todas as soluções educacionais há algumas décadas.

A tecnologia digital e móvel hoje em dia é o ponto forte da informação. Por meio de diversos dispositivos eletrônicos e digitais, as pessoas adquirem conhecimento, se divertem e se mantêm informadas, no entanto, as instituições de ensino que deveriam ser as principais fontes de conhecimento estão estagnadas no que tange ao uso de TIC em sala de aula. Em parte estas limitações são dos próprios educadores consoantes às próprias instituições.

Essas limitações acontecem devido à formação que o professor recebe do seu curso superior, em que o curso de Licenciatura em Matemática, em grande maioria, favorece apenas estudos e pesquisas em matemática do

terceiro grau, preterindo a um segundo plano a formação do futuro docente para atuar como professor do ensino fundamental ou médio. (LORENZATO, 2006, p.52).

Assim, MORAN (2015a), nesta abordagem, defende que o educador não necessita apresentar ou colocar conteúdos teóricos em aulas expositivas muito longas e complexas no que converge ao uso das TIC. Contudo destina-se o tempo, dentro da sala de aula, para o desenvolvimento das atividades, questionamentos e para a colaboração no aprendizado dos alunos.

Conforme o PCN (BRASIL, 1998), entende-se que o professor tem um papel importante e fundamental em acompanhar essas novas mudanças, devido o aluno está a sofrer constantes transformações. O desafio é criar modelos ou métodos, auxiliados pelas tecnologias, de forma a atender aos interesses dos aprendizes e da grande comunidade de ensino.

De acordo com BORBA (2007), o educador deve pensar criticamente sua metodologia de ensino frente aos alunos das “gerações XYZ”⁴. Logo necessita buscar métodos inovadores, criativos e atualizados para promover uma relação dual de forma a entender que o professor é parte de um processo de construção do conhecimento e não um mero transmissor.

BORBA *et al* (2015, p. 17) esclarecem:

A forma acelerada com que inovações tecnológicas vêm tomando corpo é, atualmente, uma característica marcante da nossa sociedade. De maneira cada vez mais rápida, os computadores pessoais têm maior capacidade de processamento e memória, as interfaces ficam mais amigáveis e interativas e a conexão da internet mais veloz. As dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática.

No livro “Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e Internet em Movimento”, BORBA *et al* (2015) revelam que pelo menos por três décadas de discussões e pesquisas já se vêm desenvolvendo ferramentas tecnológicas para o ensino e aprendizagem da matemática. Contudo, trabalhar com

⁴ Classificação para chamada expressão de adolescentes nascidos entre diferentes gerações habituados com diferentes contextos da política, economia pelos quais estão intimamente ligados à tecnologia.

essas ferramentas não é tão simples assim, pois, para que seja um instrumento motivador, exige que o professor domine o assunto. Sendo assim o professor necessita se preparar para que o aluno receba o conteúdo de forma representativa, dinâmica e compreensiva.

Vejamos alguns destaques no quadro 01 sobre as fases das tecnologias digitais em educação matemática:

Quadro 1 - Quatro Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática

| | TECNOLOGIAS | NATUREZA OU BASES TECNOLÓGICAS DAS ATIVIDADES | PERSPECTIVAS OU NOÇÕES TEÓRICAS | TERMINOLOGIA |
|--|---|--|--|--|
| Primeira fase (1985) | Computadores, calculadoras simples e científicas | LOGO Programação | Construcionismo; micromundo. | Tecnologias Informáticas (TI) |
| Segunda fase (início dos anos 1990) | Computadores (popularização), calculadoras gráficas | Geometria dinâmica; múltiplas representações de funções; CAS; jogos | Experimentação, visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem construcionista; seres-humanos-com-mídias. | TI: software educacional; tecnologia educativa. |
| Terceira fase (1999) | Computadores, laptops e internet | Teleduc, email, chat, fórum, Google. | Educação a distância online; interação e colaboração online; comunidades de aprendizagem. | Tecnologias da informação e comunicação (TIC) |
| Quarta fase (2004) | Computadores, laptops, tablets, telefones celulares, internet rápida. | GeoGebra; objetos virtuais de aprendizagem; Applets; vídeo; YouTube; Wikipedia; Facebook; ICZ; Second Life; Moodle. | Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital. | Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis e portáteis. |

Fonte: Borba et al (2015, p. 39)

A tecnologia dispõe de inúmeros benefícios e o seu desenvolvimento, cada vez mais rápido, proporciona que o ensino e a aprendizagem ocorram dos mais diferentes modos. Destaca-se que é cada vez mais a possibilidade de encontrar informações e soluções para problemas, criar, inovar além de questionar.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que visa à construção de um referencial para orientar a prática escolar, pretende contribuir para que toda criança, jovem e adulto brasileiros tenham a possibilidade de acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite a sua inserção como verdadeiros cidadãos, tanto no mundo do trabalho quanto no das relações sociais e da cultura.

Com a BNCC (BRASIL, 2017), redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passam a ter uma referência nacional obrigatória para a elaboração ou adequação de seus currículos e propostas pedagógicas que contribuem na discussão dos diversos caminhos para efetivamente “fazer Matemática” na sala de aula. Entre eles, destacam a importância da Matemática vinculadas as Tecnologias da Comunicação.

“O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2017, p. 263).”

Neste sentido, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017), os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil. Por sua vez, essa cultura também apresenta forte apelo emocional e induz ao imediatismo de respostas e à efemeridade das informações, privilegiando análises superficiais e o uso de imagens e formas de expressão mais sintéticas.

Enfatiza-se que grande parte dos alunos participam, conversam, discutem assuntos de sala de aula com o auxílio e mediação do educador. Com a manipulação do GeoGebra não seria diferente, haja vista que se trata de um recurso que possibilita dispor da efetivação de variadas atividades de matemática diferenciadas, que podem ser exploradas pelos alunos. Desta forma, os professores

devem estimular os estudantes, levando-as a refletir, questionar, argumentar e experimentar, tornando-as críticas, autônomas e criativas.

As características da vida escolar permitem interação de diferentes modos de dizer e argumentar por meio das diversas TIC, atrelada aos estímulos e curiosidades vinculadas às experiências dos estudantes em seu contexto familiar, social e cultural.

O conhecimento deve ser construído por cada indivíduo, neste sentido, a autonomia não é só social, mas também intelectual. A confiança na capacidade de encontrar soluções é muito importante para a construção do conhecimento, assim como descobrir respostas ou questionamentos são pontos de partida para a aprendizagem.

2.4 Abordagem sobre Ensino de Função do Segundo Grau

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da matemática e seus aspectos simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência, como por exemplo, nos conjuntos. Muitas vezes nos deparamos com situações que envolvem uma relação entre grandezas. Muitos meios de comunicação, principalmente impressa, jornais e revistas, apresentam reportagens onde os mais diversos argumentos estão fundamentados em gráficos de diferentes tipos, ao apresentar a variação de determinadas grandezas.

Contudo, a noção de função, claramente individualizada como objeto de estudo corrente é mais recente. No entanto, o estudo deste tópico no currículo médio brasileiro segue uma ordenação ainda tradicional e ditada, na maioria das vezes, pela sequência sugerida pelos livros didáticos.

No contexto da matemática escolar com vistas às aplicações, funções podem ser entendidas como um conceito que trata de problemas de variação e quantificação de fenômenos. Em outras palavras, o estudo das funções pode ser entendido como o estudo das relações entre grandezas que variam. Dentro desta concepção, uma variável representa os valores do domínio de uma função, surgindo à noção de variáveis dependente e independente.

No estudo científico de qualquer fato, IEZZI (2007) afirma que, sempre procuramos identificar grandezas mensuráveis ligadas a ele e, em seguida, estabelecer as relações existentes entre essas grandezas. Pode ser destacadas assim, articulações destes conceitos, aspectos que visam importantes noções na forma de subsídios, disponíveis para o desenvolvimento dessas relações entre grandezas, como por exemplo: a natureza algébrica, a forma de representação variada e a aplicação a problemas e situações da vida e de outras ciências.

Na natureza encontramos inúmeros exemplos de grandezas variáveis inter-relacionadas. Para LORENZATO (2006), a idéia de função, embora tão presente nos livros didáticos, e até mesmo, simples em certo sentido, foi matematicamente estabelecida em tempos mais ou menos recentes, devido as dificuldades intrínsecas e mesmo, provavelmente, inerentes a sua formalização bastante sofisticada. Assim, a representação do valor a ser pago na conta de luz de uma residência depende do consumo medido num período; o tempo de uma viagem de automóvel entre duas cidades depende da velocidade média desenvolvida no trajeto; ou até mesmo, a área do quadrado de lado "l" dependerá do comprimento do mesmo.

Há diversas maneiras de representar uma relação entre duas grandezas. As mais usuais encontramos na forma de tabelas, fórmulas e gráficos. Ao longo do tempo, também enfatizado pelo PCNEM (2006) e BNCC (2017), estudar a variação de uma grandeza em função da variação de outra tem mostrado ser uma ideia tão frutífera que, em diferentes âmbitos do conhecimento humano, percebemos a constante busca de novas correlações, com o estabelecimento das mais variadas dependências. Estes documentos também destacam o poder de alcance do conceito de função e a importância do mesmo para a Matemática e outros campos do conhecimento:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática (BRASIL, 2006, p.121).

A relação de dependência entre grandezas é um fenômeno que pode ser observado e traduzido por meio do estabelecimento de uma lei matemática que rege

a referida relação. Podemos representar a chamada função do segundo grau ou função quadrática por meio da lei de formação tipo $y = f(x) = a.x^2 + b.x + c$, quando existirem números reais para os coeficientes “a”, “b” e “c”, sendo o coeficiente “a” não nulo. A grandeza que varia independentemente “x” denominada variável independente, e a grandeza que varia na dependência da primeira “y” é chamada de variável dependente.

Tendo em vista esta noção, destacamos alguns aspectos que consideramos importantes de serem desenvolvidos no âmbito escolar, são eles:

- a) A natureza algébrica;
- b) As diferentes formas de representação, favorecendo o desenvolvimento da competência específica em matemática, item 06 descrita na BNCC (2017);
- c) Aplicação de situações-problemas do dia-a-dia e de outras ciências;
- d) Articulação com outros tópicos da própria Matemática, favorecendo o desenvolvimento da competência específica em matemática, item 03 descrita na BNCC (2017).

De acordo com IEZZI (2007) a função quadrática, leitura e interpretação, é definida por uma parábola como lugar geométrico nos pontos do plano que são equidistantes, sendo fundamental devido à possibilidade de compreensão da questão trabalhada e tratada por meio da análise gráfica. As conjecturas realizadas a partir dos gráficos possibilitam ao aprendiz buscar respostas aos questionamentos formulados.

Conforme ABAR (2014), proporcionar metodologias diferenciadas para o ensino de função do segundo grau é uma postura importante a ser adotada pelo educador, a fim de tirar o aluno daquela situação passiva na qual os mesmos simplesmente aceitam aquilo que o professor apresenta.

2.5 Software GeoGebra

Desenvolvido pelo Austríaco Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores em 2001, projeto iniciado na Universitat Salzburg e finalizado na Florida Atlantic University, para ser utilizado em ambiente de sala de aula.

O *software* GeoGebra, além da Geometria Dinâmica, nos permite trabalhar com diversos recursos de álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística, construções de funções, desenhos geométricos e cálculos simbólicos em um único ambiente.

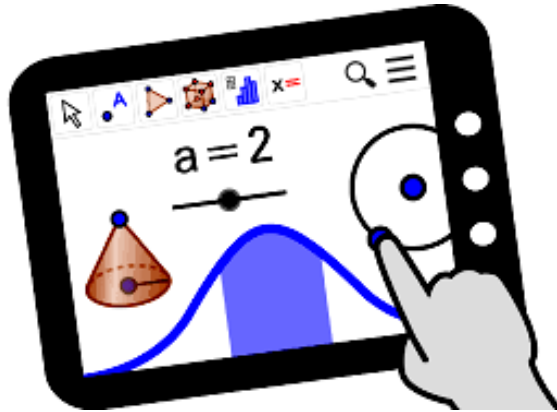


Figura 1 - Representação do software GeoGebra
Fonte: Imagem Internet

O GeoGebra é um *software* gratuito de fácil download e pode ser baixado pela página “<http://www.geogebra.org>” ou pelo “play store” de várias plataformas e dispositivos móveis, como por exemplo smartphone. Disponível em português permite ser instalado em sistemas operacionais como Windows, Linux ou Mac OS, devido sua linguagem de programação ser em “JAVA”⁵.

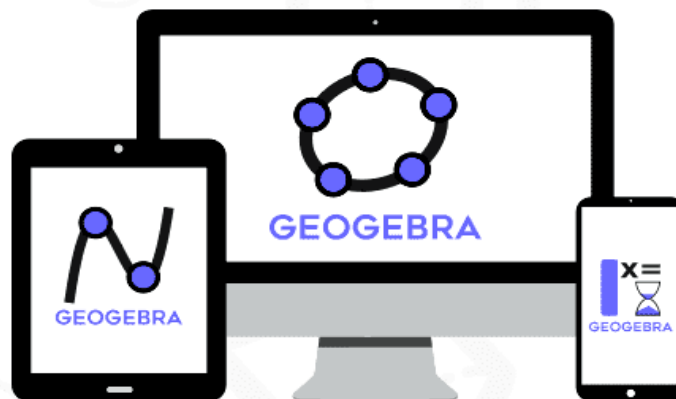


Figura 2 - Dispositivos de aplicação do software GeoGebra
Fonte: Imagem Internet

⁵ Máquina ou programa virtual que traduz uma extensão executável para abrir um *software*.

Possui vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Outra vantagem do *software* é a possibilidade de ser utilizado em todos os níveis de ensino.

Ao abrir o *software* são apresentadas duas janelas: uma de Álgebra e uma de Gráficos, além de uma Linha de Comando na parte inferior ou a esquerda da tela (a depender da versão utilizada), conforme figura 3 ilustrada.

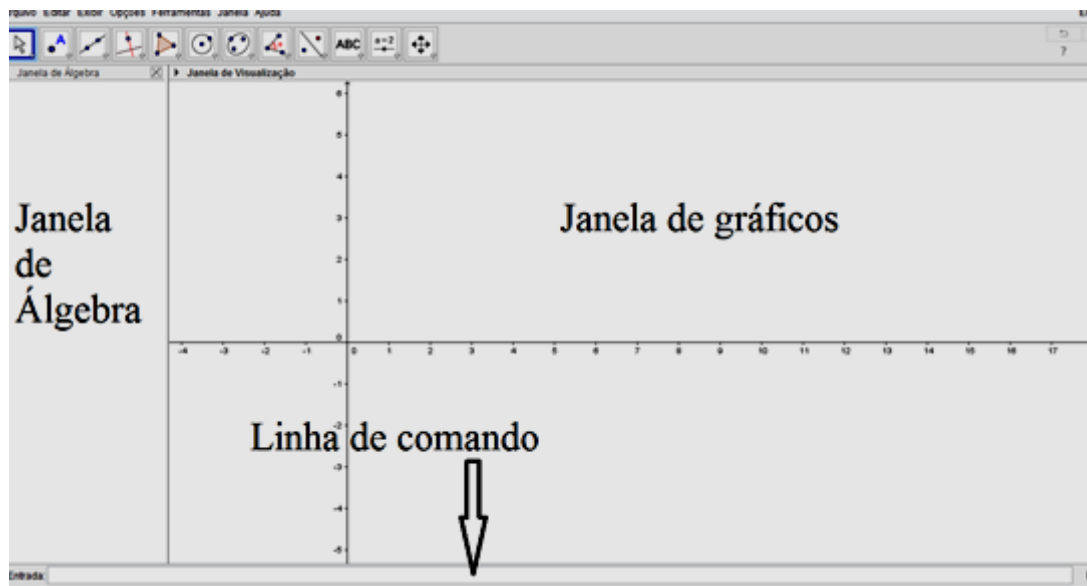


Figura 3 - Zonas do *software* GeoGebra
Fonte: Print modificado do *software* GeoGebra

Assim, o uso pedagógico do *software* GeoGebra possa fazer com que as aulas de matemática sejam mais significativas e prazerosas. Além de considerar a importância no desenvolvimento de competências no domínio de novas tecnologias, que é um processo de adaptação às metodologias de ensino, para criar ambientes de aprendizagens com base na exploração de ferramentas tecnológicas.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

3.1 Abordagem ao Processo

Nas últimas décadas temos presenciado diversas transformações sociais que acarretam interferências em todas as áreas, principalmente no mundo do trabalho. Haja vista que pelo menos por três décadas de discussões e pesquisas já se vêm desenvolvendo ferramentas tecnológicas para o ensino e aprendizagem; e percebemos, que as metodologias para o desenvolvimento do ensino de matemática realmente são renovadoras a cada fase tecnológica. (BORBA, 2015)

Em consonância a novas mudanças o presente trabalho propõe uma proposta metodológica diferenciada para a prática do ensino da função do 2º grau, no desenvolvimento dos conteúdos de matemática em sala de aula, com o uso de recursos tecnológicos (dispositivos móveis) que já fazem parte do dia-a-dia dos estudantes.

Esta visão será em proporcionar aos alunos das séries finais do ensino fundamental (por exemplo: 9º Ano) e/ou iniciais ao ensino médio (por exemplo: 1ª Série), por meio da proposta de ensino, a construção do conhecimento a partir da manipulação, observação e análise utilizando o GeoGebra, a abordar metodologia de um roteiro proposto como sequência de ensino.

Nesta sequência de ensino será descrita atividades que acredita-se buscar a interação dos conhecimentos prévios dos estudantes com os novos, de maneira a contribuir para o desenvolvimento das habilidades cognitivas, a partir de realizações de questionamentos, hipóteses, análises e conjecturas entre professor/aluno com base a abranger a resposta ao “como” resolveram o problema, “o quê aconteceu” com o problema e “o porquê deu certo”.

Assim, conforme o BNCC (BRASIL, 2017), o processo de ensino deixa de ser um simples ato de memorização, aos conceitos matemáticos, com mera repetição de conteúdos. O conhecimento torna-se descentralizado e construído em relação com o contexto em que é utilizado.

Procuraremos utilizar a simples instalação do GeoGebra, por meio de aplicativo, em dispositivos móveis dos estudantes em sala de aula, sob um viés metodológico construcionista por meio de etapas, no qual possibilita os estudantes a

manipular o *software* modificando as condições e características das funções do 2º grau, podendo investigar, fazer descobertas e validar suas conjecturas.

3.2 Atividade Proposta

A sequência de ensino proposta a seguir tem por finalidade explorar os coeficientes da função do 2º grau, definida pela lei $y = f(x) = a.x^2 + b.x + c$, onde os coeficientes “a”, “b” e “c” $\in \mathbb{R}$, sendo “a” $\neq 0$. Para isto faremos uso do GeoGebra.

Desta forma a abordagem metodológica estará engrenada a uma sequência de etapas a serem efetuadas que estabelecerão discussões, questionamentos, conjecturas e fatos gerais.

3.2.1 Etapa 1

No GeoGebra, plote⁶ na janela gráfica as expressões quadráticas indicadas:

a) $f_1(x) = x^2$

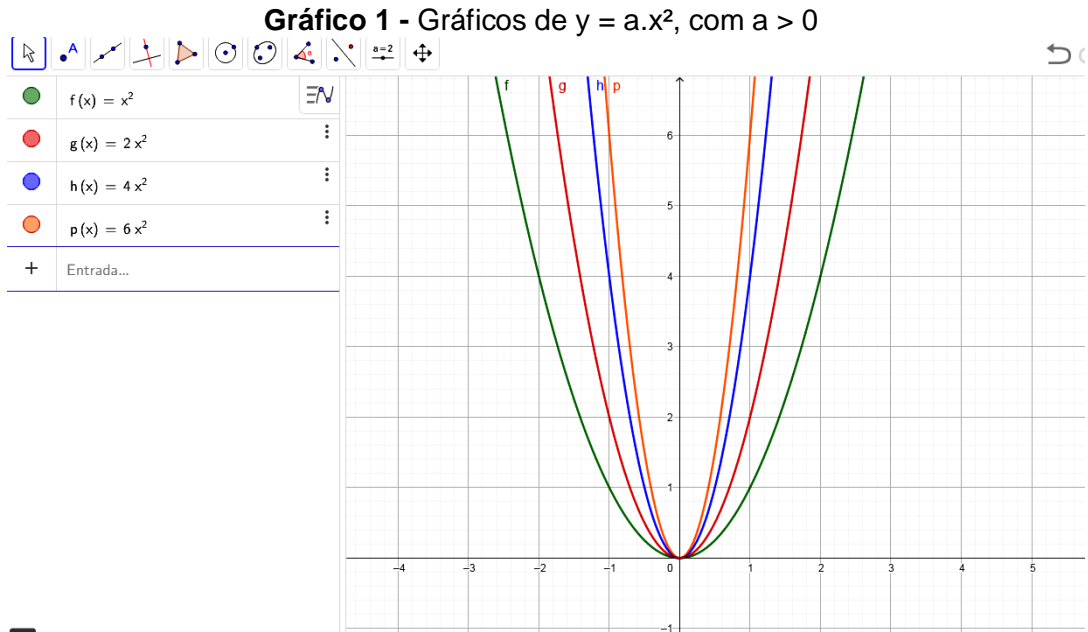
b) $f_2(x) = 2x^2$

c) $f_3(x) = 4x^2$

d) $f_4(x) = 6x^2$

Para a construção das parábolas solicite aos alunos para digitar na janela do campo de “Entrada” cada expressão e tecla “Enter”, conforme a figura 4.

⁶ Plote: Ato ou efeito de plotar, construir uma imagem ou desenho com o auxílio de recurso tecnológico.



Fonte: Própria

Neste momento, durante a construção, podem ser levantados alguns questionamentos como:

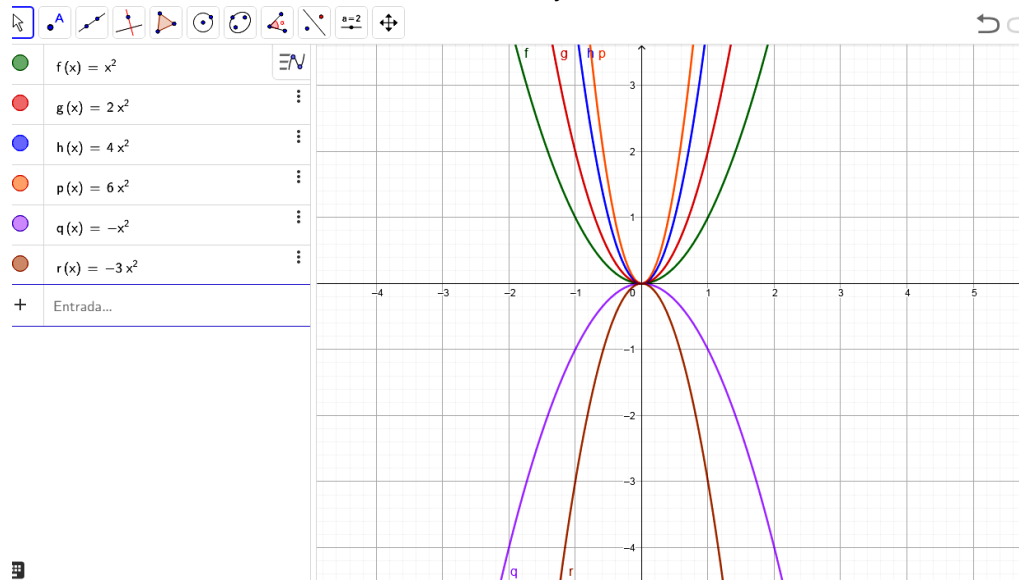
- Os gráficos possuem algum ponto em comum?
- O que é possível concluir a respeito do fato do coeficiente de x^2 ser um número positivo?
- Por quê?
- O que garante em termos de gráfico da função o coeficiente ser positivo?

Espera-se que os estudantes verifiquem que conforme o valor do coeficiente de x^2 aumenta, sendo positivo, e a concavidade da parábola se torna mais “estreita”, de acordo com o aumento do coeficiente de x^2 , demonstrado no gráfico 1.

3.2.2 Etapa 2

Nesta etapa, na mesma janela gráfica do GeoGebra, plote as expressões quadráticas indicadas abaixo e analise o que ocorreu.

- $f_5(x) = -x^2$
- $f_6(x) = -3x^2$

Gráfico 2 - Gráficos de $y = a.x^2$, com $a \in \mathbb{R}$ 

Fonte: Própria

Em observação ao gráfico 2 o professor, neste momento, poderá efetuar generalizações como:

- O que podemos verificar nestas comparações?
- Como poderíamos explicar a simetria encontrada, em relação ao eixo das abscissas e das ordenadas?
- O que garante em termos de gráfico da função o coeficiente ser positivo para uma expressão e negativo em outra?
- Por quê?
- Existem semelhanças no “estreitamento” das curvas?

Espera-se que os estudantes observem que no comparativo das parábolas, elas se interceptam na origem. O estudo da variação do sinal de cada função depende da análise da curva obtida, ou seja, quando as ordenadas dos pontos de cada parábola forem positivas, negativas, ou nulas, de acordo com o coeficiente de x^2 , por meio das variáveis dependentes e independentes.

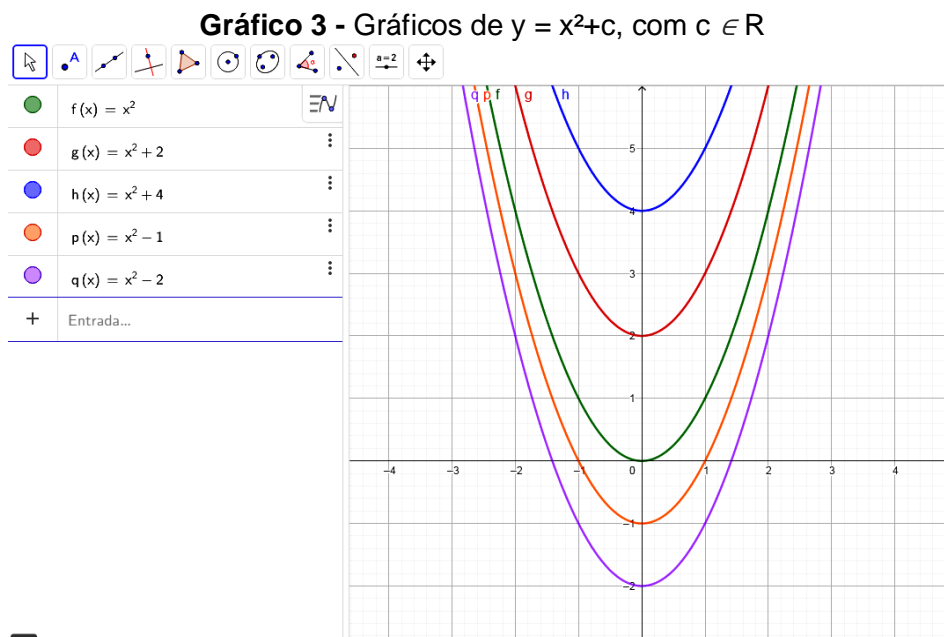
A simetria em relação ao eixo das abscissas pode ser verificada a fazer, por exemplo, $x = 1$. Em $f_1(x) = x^2$, obteremos o valor da ordenada $y = 1$, enquanto que em $f_5(x) = -x^2$, obteremos $y = -1$. Esse procedimento poderá ser adotado para qualquer valor de x , não nulos. Alguns valores de y , nesta etapa, terão no gráfico os pontos de pares ordenados em $(x; x^2)$ e outros em $(x; -x^2)$. Assim quando o gráfico

assumir uma função do tipo $y = ax^2$, terá uma “curva voltada para cima” e quando o gráfico assumir uma função do tipo $y = -ax^2$ terá uma “curva voltada para baixo”.

3.2.3 Etapa 3

Com uma nova janela gráfica do GeoGebra, plote as expressões quadráticas indicadas abaixo e analise o que está a ocorrer.

- a) $g_1(x) = x^2$
- b) $g_2(x) = x^2 + 2$
- c) $g_3(x) = x^2 + 4$
- d) $g_4(x) = x^2 - 1$
- e) $g_5(x) = x^2 - 2$



Fonte: Própria

Durante este processo, podem ser levantadas questões, por meio da análise do gráfico 3, como:

- a) O que acontece com o gráfico da função do tipo $g(x) = x^2$, quando é somada ou subtraída por uma constante?
- b) Quais curvas interceptam o eixo das abscissas?
- c) Quais curvas não interceptam o eixo das abscissas?
- d) Quando somamos uma constante positiva ou negativa, poderemos encontrar alguma raiz?

Analisa-se graficamente que a adição ou subtração de uma constante, faz a translação vertical do gráfico “para cima” ou “para baixo”. De fato, a partir da função $g_1(x) = x^2$, o gráfico da função, por exemplo, $g_5(x) = x^2 - 2$, pode ser encarado como sendo o resultado de subtrair 2 (duas) unidades a todos os valores das ordenadas dos pontos do gráfico inicial, ou seja, a primeira curva sofreria uma translação de 2 (duas) unidades “para baixo” na vertical. Analogamente, pode-se observar nas demais curvas.

O estudo das raízes das expressões quadráticas será enfatizado nas etapas posteriores, onde serão atribuídas as verificações e análises com algumas ferramentas chamadas, por exemplo: “Controle Deslizante” e “Interseção de Dois Objetos” do GeoGebra, ao qual fornecerá dinamismo e animações aos parâmetros em estudos.

3.2.4 Etapa 4

Com o GeoGebra, em uma nova janela gráfica, vamos atribuir valores aleatórios para os coeficientes **a**, **b** e **c** de uma função quadrática, com o auxílio do “*Controle Deslizante*”. Para isso, criaremos este ‘Controle’ conforme instruções e figuras a seguir:

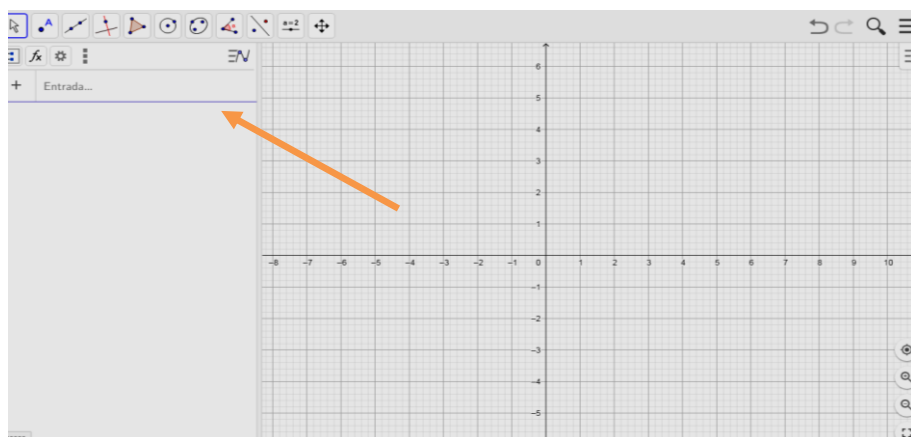


Figura 4 - Tela do GeoGebra aberto
Fonte: Print modificado do software GeoGebra

Digitar no campo de “Entrada”:

a = 1 e “Enter”.

b = 2 e “Enter”.

c = 3 e “Enter”.

Para habilitar e facilitar a exibição desses objetos, clique nas bolinhas brancas na “Janela de Álgebra”, conforme a figura 5 e 6.

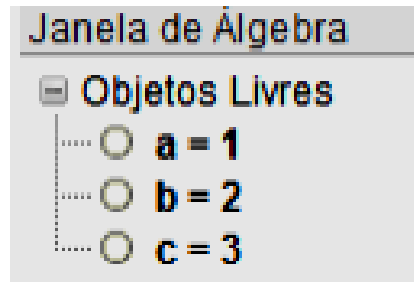


Figura 5 - Janela de visualização do Controle Deslizante
Fonte: Print modificado do software GeoGebra

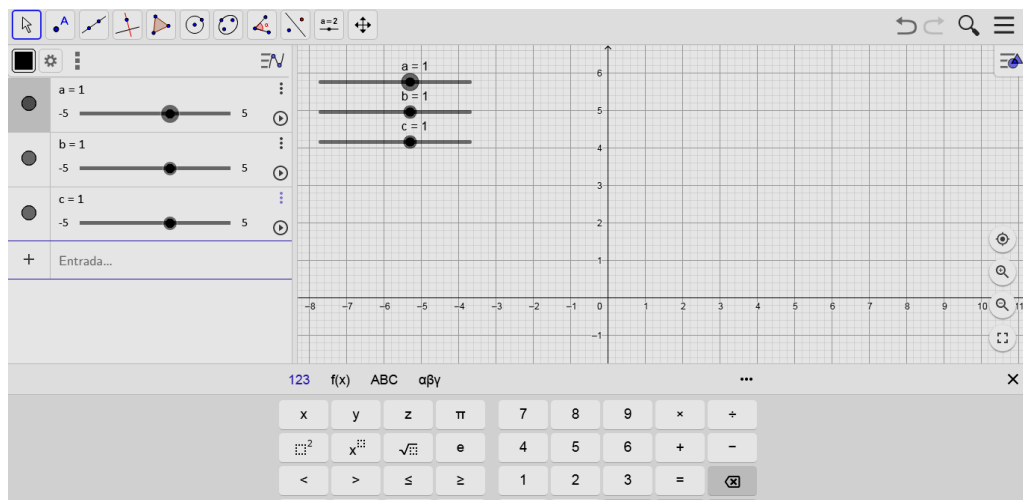


Figura 6 - Exibição do Controle Deslizante
Fonte: Print modificado do software GeoGebra

Neste momento podem ser levantados alguns questionamentos como:

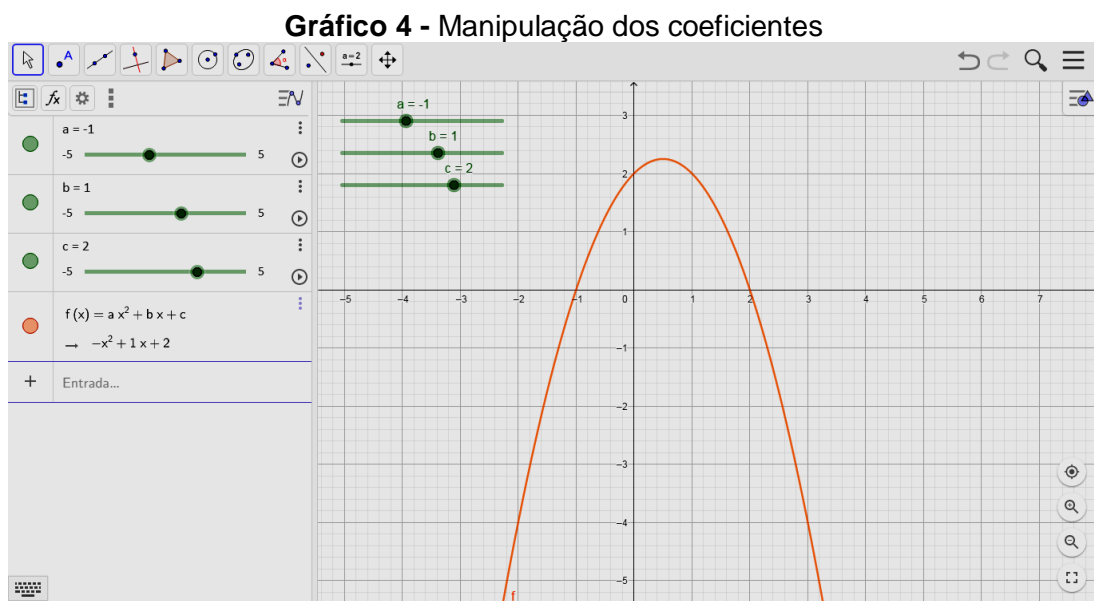
- Cadê a curva formada pelos coeficientes?
- Por que não foi plotado o gráfico da função quadrática?

E o professor durante as discussões enfatiza que, os coeficientes de qualquer função devem estar “amarradas” a sua lei de formação, neste caso da função quadrática: $y = a.x^2 + b.x + c$.

3.2.5 Etapa 5

Digitar no campo de “Entrada” a expressão da função polinomial do 2º grau: $a * x^2 + b * x + c$ e “Enter”. Isto fará com que os coeficientes fiquem amarrados à expressão da função quadrática. Logo basta deslizarmos os coeficientes para manipularmos o gráfico.

Com o “Controle Deslizante” movimente e manipule os coeficientes para analisar e observar o que está a ocorrer com os mesmos.



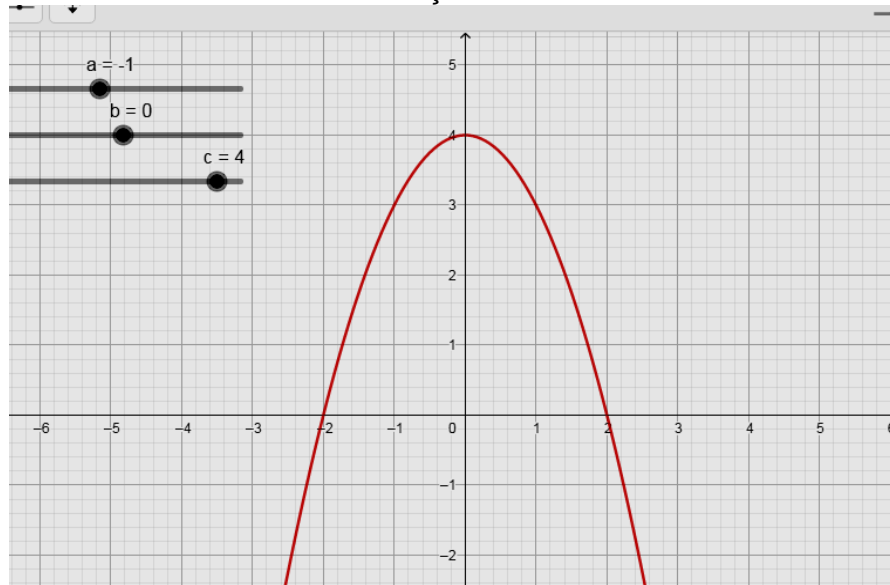
Fonte: Própria

Durante a etapa deste processo, o professor poderá observar as curiosidades dos estudantes à simples manipulação e conjecturas. E em seguida levantar hipóteses da Etapa 4 com a ilustração do gráfico 4.

3.2.6 Etapa 6

Vamos esboçar outros gráficos a modificar as seguintes situações em plotagem:

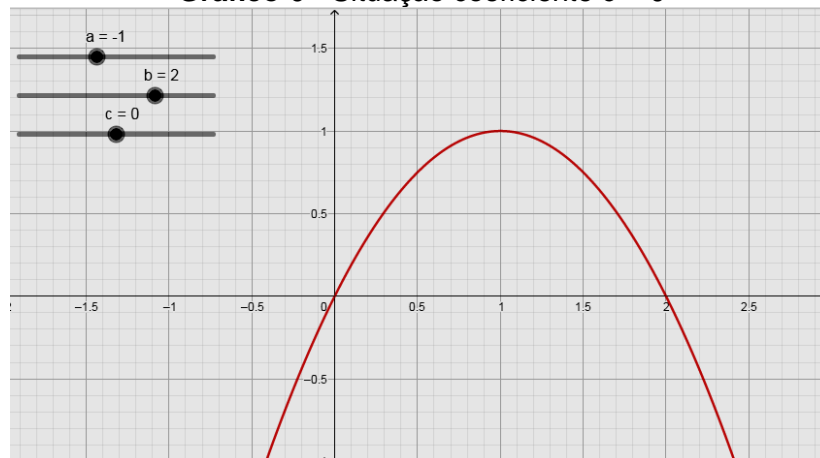
a) Selecionar para os coeficientes $a = -1$, $b = 0$, e $c = 4$, observar a expressão formada: $f(x) = -x^2 + 4$. Com o “Controle Deslizante” movimentar ou manipular somente o coeficiente “c” para analisar e observar as alterações da curva.

Gráfico 5 - Situação coeficiente $b = 0$ 

Fonte: Própria

Conforme o gráfico 5 o professor deve conjecturar sobre a manipulação e a variação do gráfico.

b) Selecionar para os coeficientes $a = -1$, $b = 2$, e $c = 0$, observar a expressão formada: $f(x) = -x^2 + 2x$. Com o “Controle Deslizante” movimentar ou manipular somente o coeficiente “ b ” para analisar e observar as alterações da curva.

Gráfico 6 - Situação coeficiente $c = 0$ 

Fonte: Própria

Conforme o gráfico 6 o professor deve conjecturar sobre a manipulação e a variação do gráfico.

c) Selecionar para os coeficientes **a** = 0, **b** = 1, e **c** = 2, observar a expressão formada: $f(x) = x+2$. Com o “Controle Deslizante” movimentar ou manipular somente o coeficiente “**a**” para analisar e observar as alterações da curva.



Fonte: Própria

Conforme o gráfico 7 o professor deve conjecturar sobre a manipulação e a variação do gráfico, por exemplo, quando o coeficiente **a** = 0, porquê de não ser uma parábola.

3.2.7 Etapa 7

Sugere-se nesta sequência que o professor motive e reforce os estudantes com as questões exploradas nas análises destacadas anteriormente.

Repita os processos, por exemplo, das Etapas 2 e 3, agora com o auxílio do “Controle Deslizante”, para refletirem nas seguintes abordagens:

- a) Qual foi o impacto da parábola quando o sinal do coeficiente “**a**” foi modificado?
- b) Qual foi o impacto da parábola quando o sinal do coeficiente “**c**” foi modificado?
- c) Quando o coeficiente “**b**” > 0 , a parábola intersecta o “eixo y” com sua parte crescente ou decrescente?
- d) Quando o coeficiente “**b**” < 0 , a parábola intersecta o “eixo y” com sua parte crescente ou decrescente?
- e) Quando o coeficiente “**b**” $= 0$, o que acontece?

Destaca-se nesta etapa pela sequência de ensino que, por meio do auxílio do recurso dinâmico, a promoção dos significados da construção dos conceitos aplicados possam ser atingidos, ao qual se acredita possibilitar, gerar, uma ação motivadora do ensino para a aprendizagem.

3.2.8 Etapa 8

Para indicar os pontos das raízes vamos marcar o “Ponto de Interseção de Dois Objetos”.

Na barra de menu⁷ do *software* GeoGebra clique na imagem de “Ponto A” para que possamos selecionar o comando “Interseção de Dois Objetos”, conforme ilustrado na figura 7.

⁷ Termo usual inglês traduzido como lista de disponível para consultas ou barra de ferramentas.

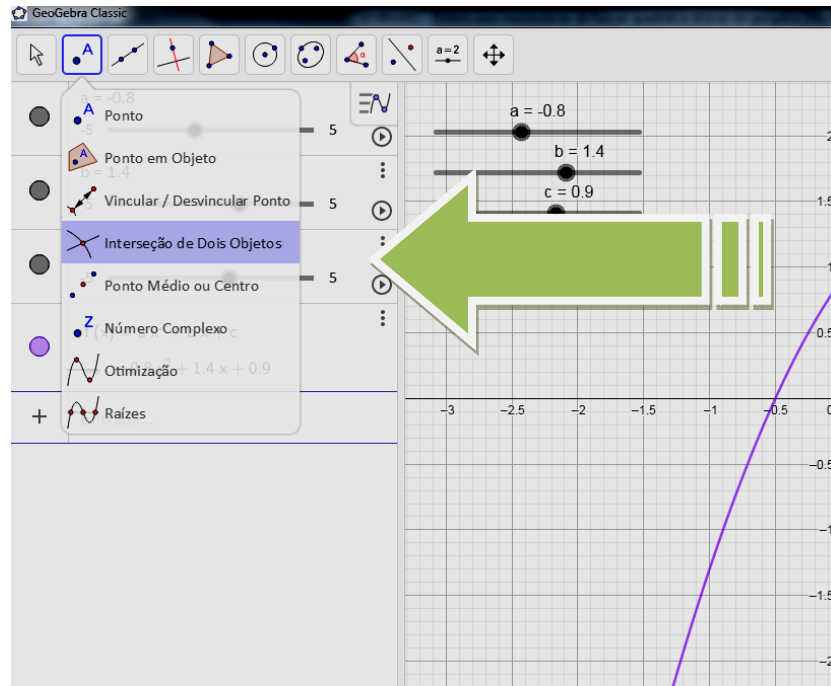
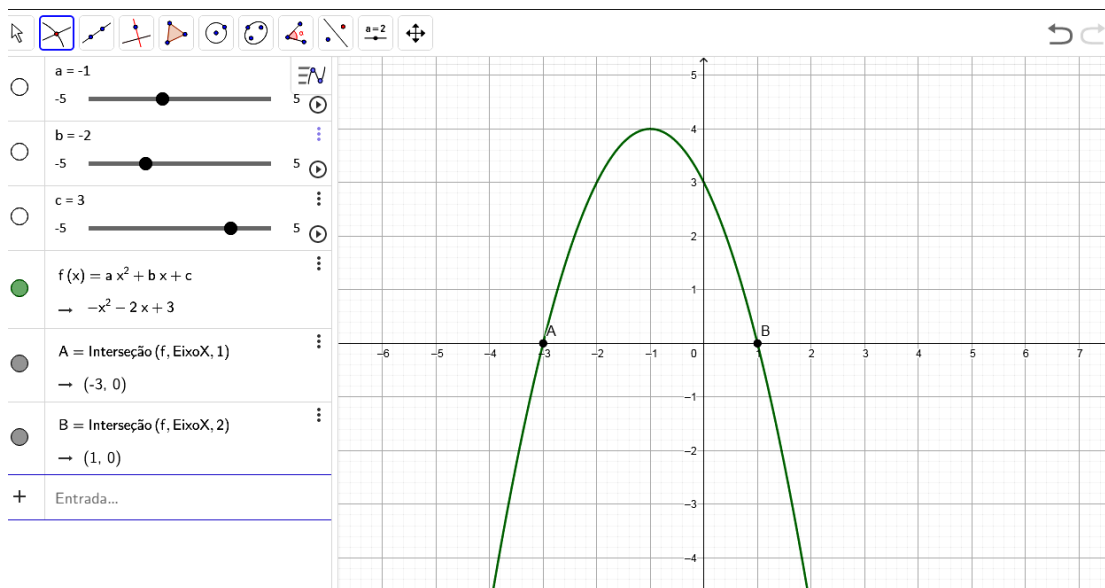


Figura 7 - Comando Interseção de Dois Objetos
Fonte: Print modificado do software GeoGebra

Selecione os dois objetos pelo qual desejamos marcar. Logo clique no ponto de interseção entre o eixo das abscissas e a parábola, conforme o gráfico 8 ilustrado.

Gráfico 8 - Seleção da Interseção de Dois Objetos



Fonte: Própria

Com o “Controle Deslizante” movimentar ou manipular o coeficiente, por exemplo: “**b**” ou “**c**”, para analisar e observar as alterações das raízes de determinada função nos pontos em destaque demonstrada na janela de álgebra ao lado.

De acordo com as demonstrações efetuadas nas explorações anteriores o conceito de função quadrática poderá surgir de maneira natural ao considerar duas grandezas que estão relacionadas entre si, $f(x)$ e $a.x^2 + b.x + c$. Em cada um dos casos trabalhados, x e y não são valores fixos, são variáveis pertencentes a um conjunto dos números reais. A cada valor de uma delas corresponde um valor da outra. Escreve-se $y = f(x)$ para indicar a dependência de y em relação à x de acordo com a expressão trabalhada.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em tempos atuais as inovações tecnológicas é um caminho sem retorno e estão nas mãos de quase a totalidade dos jovens, independente de suas classes sociais, econômicas e culturais, logo as facilidades para a sua ascensão são grandemente variadas. É algo que não se tem como frear, e tão pouco se deseja; contudo é uma realidade a qual temos de nos adaptar, pois esses jovens estão a nascer e crescer no futuro.

Não podemos negar que a tecnologia é uma tendência educacional em matemática. O uso destes recursos tecnológicos na educação matemática pode descrever mudanças em sala de aula, a partir da inserção de ambientes virtuais. A transformação deste cenário prolonga o desempenho motivacional sobre o processo educacional (BORBA, 1999). Portanto, devemos procurar mudar a noção do que entendemos por sala de aula, ou procurar expandir o que de novas metodologias essas TIC podem oferecer para a educação.

Acredita-se que, para o professor, a proposta com o uso de recursos tecnológicos em sala de aula, o ambiente se torna propício para a aprendizagem, a colocar o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem. Nesta fase pretendeu-se considerar alguns fatores propostos que possam ser influência na construção do conhecimento matemático com o uso do *software* GeoGebra, como instrumento de apoio, para a promoção e intervenção pedagógica nos processos de ensino.

Destacamos que pela sequência das etapas propostas, por meio do auxílio do recurso dinâmico, a promoção dos significados da construção dos conceitos aplicados possam ser atingidos, ao qual se acredita possibilitar, gerar, uma ação motivadora e agradável no processo de ensino e aprendizagem.

Entendemos que diante de novas perspectivas, não devemos enxergar as TIC como salvadores da educação matemática, procuramos compreender que o uso de alternativas diversificadas para o ensino e aprendizagem são válidas e podem contribuir para remodelação do ensino, se existir um interesse metodológico sério por parte das instituições e dos educadores. Fechar os olhos para estes movimentos seria negar o futuro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAR, CELINA A.A.P. **Geogebra: Uma produção do conhecimento matemático.** São Paulo: Iglu Editora, 2014.

BORBA, M.C. **Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização de Pensamento.** In: BICUDO, M.A.V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 285-295.

BORBA, M.C. **Dimensões da Educação Matemática à Distância.** In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. Editora Cortez, São Paulo, 2004. p. 164-185.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática. Coleção Tendências em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

BORBA, M.C.; SILVA, R.S.R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e Internet em Movimento.** Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.** Proposta Preliminar revista, 2. Ed., Brasília, 2017.

_____. **Decreto nº 7.084 de 27 de janeiro de 2010.** Dispõe sobre os programas de material didático e dá outras providências. Constituição Federal. Brasília, 2010.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: MEC/SEMT. 2006.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Vol. 3. Ed. Brasília, A Secretaria, 1998.

CARDOSO, M.L.P. **Educação para a Nova Era. Uma visão contemporânea para pais e professores.** São Paulo: Summus, 1999.

CASTRO, E.A.; OLIVEIRA, P.R. **Educando para o pensar.** São Paulo: Cengage Langague, 2011.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática.** 23ª Ed, Campinas: Ed. Papirus, 2014.

FIGUEIREDO, N. M. A. **Método e Metodologia na Pesquisa Científica.** 3 ed. São Caetano do Sul: Yendis, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à pratica educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, W. (org.); AMORA, D.; SANTOS, E.O.; LEITE, L.S.; SILVA, M.; FILÉ, V. **Tecnologia e Educação. As mídias na prática docente.** 2 ed. Rio de Janeiro: Wak Ed., 2011.

FREITAS, H. OLIVEIRA, M. SACCOL, A. Z. MOSCAROLA, J. O Método de pesquisa Survey. **Revista de Administração da USP, RAUSP**, v.35, nr. 3, Jul-Set., São Paulo/SP, 2000, p. 105-112. Disponível em: <http://www.ea.ufrgs.br/professores/hfreitas/files/artigos/2000/2000_092_RAUSP.PDF> Acesso em: 11 set. 2018.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática Volume Único.** Ed. 4. São Paulo: Atual, 2007.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação.** 5 ed. Campinas: Papirus, 2009.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática.** Campinas: Autores Associados, 2006.

MARINHO, F.C.V.; STRUCHINER, M. Estudantes do Ensino Básico como Desenvolvedores de Jogos Digitais. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana.** Vol. 4, número 3, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/viewFile/2221/1793>> Acesso em: 30 out. 2018.

MENDONÇA, L.R.; OLIVEIRA, J.P.M.; LIMA, L.F. História na Educação Matemática: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de funções. **VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática, ULBRA.** Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil. 04 a 07 de outubro de 2017. Disponível em: <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/7431/3506>> Acesso em: 15 out. 2018.

MORAN, J. M. **Mudando a Educação com Metodologias Ativas.** Artigo organizado por Coleção Mídias Contemporâneas. Educação e Cidadania: aproximações jovens. Vol. II. PG: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015a, 19 f.

MORAN, J.M.; MASETTO, M.T.; BEHRENS, M.A. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica.** Campinas: Papirus, 2015b.

OLIVEIRA, F.B. **Tecnologia da Informação e Comunicação. A busca de uma visão ampla e estruturada.** São Paulo: Pearson Education, 2007.

OLIVEIRA, G.G. Neurociências e os processos educativos: um saber necessário na formação de professores. **Educação Unisinos.** 18(1):13-24, janeiro/abril 2014. Disponível em: <<http://revistas.unisinos.br/index.php/educacao/article/viewFile/edu.2014.181.02/3987>> Acesso em: 03 out. 2018.

PAPERT, S. **LOGO: Computadores e Educação.** São Paulo: Brasiliense, 1985. (*edição original EUA 1980*).

PERRENOUD, P. **10 Novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PIAGET, J. (tradução Maria Alice Magalhães D'Amorim) **Seis Estudos de Psicologia**. 24ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.

PIMENTEL, M. **Informática em Educação: Perspectiva Sócio-interacionista (computador como meio de comunicação)**. Disponível em: <<http://sites.google.com/site/infoeducunirio/perspectivasocioiteracionista>>. Acesso em: 16 set. 2018.

RAPPAPORT, C. R. **Psicologia do Desenvolvimento. Teorias do Desenvolvimento**. Volume 1. São Paulo: EPU, 1981.

RIPPER, A. V. **O Preparo Professor para as novas tecnologias**. São Paulo: SENAC, 1999.

SANTOS, C.F.R.; PINHEIRO, N.A.M. Uma experiência construcionista com professores da educação básica do estado do Paraná (Brasil). **Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación**. Buenos Aires, Argentina. 12 a 14 nov/2014. Disponível em: <<https://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1318.pdf>> Acesso em: 12 out. 2018.

SILVEIRA, J.A. Construcionismo e inovação pedagógica: uma visão crítica das concepções de Papert sobre o uso da tecnologia computacional na aprendizagem da criança. **Revista da Escola Superior da Magistratura do Estado do Ceará**. 10, 2012. Disponível em: < <http://revistathemis.tjce.jus.br/index.php/THEMIS/article/view/87/85>> Acesso em: 01 nov. 2018.

VICENTE, P. **O Uso de simulação como metodologia de pesquisa em ciências sociais**. Cadernos EBAPE. BR, Vol. 3, n.1, Março 2005.

YIN, R. K. **Estudo de casos: planejamento e método**. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.