



**UNIVERSIDADE METROPOLITANA DE SANTOS**  
**FACULDADE DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIA HUMANAS**  
**CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

---

## **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

Alexandre Stipanich

# **ENSINO DE PROBABILIDADE: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE COLEÇÕES DIDÁTICAS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Santos, Dezembro de 2019

Alexandre Stipanich

**ENSINO DE PROBABILIDADE: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA  
DE COLEÇÕES DIDÁTICAS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL**

Pesquisa apresentada ao Curso de Graduação da  
Universidade Metropolitana de Santos como  
requisito parcial para obtenção da Graduação de  
Licenciatura em Matemática.

Orientador (A): Dr<sup>a</sup>- Prof.<sup>a</sup> Auriluci de Carvalho  
Figueiredo.

Santos, Dezembro de 2019



## **RESUMO**

Este trabalho tem o propósito de analisar a relevância dos conceitos de probabilidade nos livros didáticos do ensino fundamental II. Para isso, foi realizada uma revisão bibliográfica para identificar os conceitos probabilísticos estudados por Batanero (2005), sendo eles: Clássica, Frequentista, Subjetivo e Axiomático. Também foi pesquisado como a Probabilidade está descrita nos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). As coleções escolhidas para essa pesquisa estão sendo usadas como ferramenta pedagógica pelos professores em escolas da Baixada Santista, da rede pública municipal, estadual e particular. A análise das coleções atende parcialmente as competências e habilidades do objeto de conhecimento de probabilidade determinada pela BNCC, não respeitando a cronologia relativa aos anos e não transcrevem todo o conteúdo descrito nas habilidades e também, não atende satisfatoriamente os diversos significados de probabilidade. Por esse motivo, o estudo sobre as coleções traz informações e alguns aspectos importantes sobre o ensino da probabilidade.

Palavras-chave: Livro Didático. Conceitos de Probabilidade. BNCC. Ensino

## **LISTA DE SIGLAS**

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD - Programa Nacional do Livro e do Material Didático

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Formula da Probabilidade Clássica, (PA) denominador é o número de todos os casos presumíveis (N).....	12
Figura 2 - Atividade, Matemática, Realidade & Tecnologia do 8°.....	22
Figura 3 – Resposta esperada da atividade, Matemática, Realidade & Tecnologia do 8° ano.....	22
Figura 4 – Atividade do 7° ano, Projeto Teláris.....	24
Figura 5 – Resposta esperada da atividade, Projeto Teláris, livro do 7° ano.....	25
Figura 6 – Atividade do 8° ano, Projeto Teláris.....	25
Figura 7 – Resposta esperada da atividade, Projeto Teláris, livro do 8° ano.....	26
Figura 8 – Atividade do 9° ano, Projeto Teláris.....	26
Figura 9 – Resposta esperada da atividade, Projeto Teláris, livro do 9° ano.....	27
Figura 10 – Atividade do 8° ano, Praticando Matemática.....	29
Figura 11 – Resposta esperada da atividade, Praticando Matemática, livro 8°ano.....	30
Figura 12 – Atividade do 9° ano. Praticando Matemática.....	30
Figura 13 – Resposta esperada da atividade, Praticando Matemática, livro do 9° ano.....	31
Figura 14 – Atividade do 6° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	34
Figura 15 – Resposta esperada da atividade do 6° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	35
Figura 16 – Atividade do 7° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	35
Figura 17 – Resposta esperada da Atividade do 7° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	35
Figura 18 – Atividade do 8° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	36
Figura 19 – Resposta esperada da atividade 8°ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	36
Figura 20 – Atividade do 9° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	37
Figura 21 – Resposta esperada da atividade 9° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.....	38

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Objetos de conhecimento de Probabilidade do Ensino Fundamental II. Adaptado de BNCC (2019).....	17
Quadro 2 – Quadro demonstrativo, Obras, Autores, Editoras e Ano de Publicação.....	19
Quadro 3- Quadro demonstrativo: Coleções e anos letivos que a Probabilidade e Aplicada.....	20
Quadro 4- Números de capítulos, páginas e exercícios da coleção. Matemática, Realidade & Tecnologia (2015).....	20
Quadro 5- Números de capítulos, páginas e exercícios da coleção Projeto Teláris (2016).....	23
Quadro 6- Números de capítulos, páginas e exercícios da coleção praticando Matemática (2017).....	28
Quadro 7- Quadro demonstrativo da coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).....	32

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Números de páginas da coleção por número de páginas sobre probabilidade. Matemática, coleção Realidade & Tecnologia (2015).....	21
Gráfico 2 – Total de exercícios, comparando com o número de exercícios de Probabilidade, coleção Realidade & Tecnologia (2015).....	21
Gráfico 3 – Número de Páginas da coleção Projeto Teláris destinada a Probabilidade (2016).....	23
Gráfico 4 – Total de exercícios da coleção, comparando com o número de exercício de Probabilidade, coleção Projeto Teláris (2016).....	24
Gráfico 5 – Números de páginas da coleção, Praticando Matemática (2017).....	28
Gráfico 6 – Número de páginas dedicadas a Estatística e Probabilidade, Praticando Matemática (2017).....	28
Gráfico 7 – Número de exercícios da coleção Praticando Matemática (2017).....	29
Gráfico 8 – Número de páginas com conteúdo de Probabilidade, coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).....	32
Gráfico 9 – Número de páginas dentro dos capítulos de Estatística e Probabilidade, coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).....	33
Gráfico 10 - Número de exercícios de Probabilidade com as demais habilidades, coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).....	33
Gráfico 11 – N° de Páginas de Probabilidade.....	39
Gráfico 12 – Exercícios de Probabilidade dentro da habilidade Estatística e Probabilidade.....	40

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	7
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	9
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	11
3.1 CÁLCULO DE PROBABILIDADE .....	11
3.1.1 CLÁSSICA .....	11
3.1.2 FREQUENTISTA .....	13
3.1.3 SUBJETIVA .....	14
3.1.4 AXIOMÁTICO .....	15
4 PROBABILIDADE NOS DOCUMENTOS OFICIAIS .....	16
5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	19
5.1 ANÁLISE DAS COLEÇÕES .....	19
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	39
REFERÊNCIAS .....	42



## 1 INTRODUÇÃO

Durante a leitura de artigos acadêmicos realizada pelos alunos durante a aula de estatística, onde estavam sendo onde foram debatidas as dificuldades de professores e alunos de fazer contextualizações dentro da matemática, ou seja, estabelecer conexões entre diferentes teorias ou de fazer relações entre determinados conceitos dentro da Matemática, como ocorre na Probabilidade (ABE & BITTAR, 2010).

Um dos artigos chamou muito a atenção dos alunos foi a Trajetórias Didáticas e uma Experiência Formativa sobre Probabilidade com Professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que relatava sobre as dificuldades dos professores que participaram do experimento. O experimento foi realizado com 40 professores de matemática da Educação Básica, que fazem parte da rede estadual de São Paulo. Os resultados demonstraram que houve uma mudança na visão dos professores quanto ao significado da probabilidade e de noções que sustentam este conceito, como as de aleatoriedade, de espaço amostral e de quantificação de probabilidades (CARVALHO & PIETROPAOLO, 2018).

A partir deste cenário, o objetivo deste trabalho é verificar e descrever como os conceitos de probabilidade estão apresentados nos livros didáticos de matemática do ensino fundamental II baseado no estudo de Batanero (2005). Para isso, foi realizada uma revisão bibliográfica, nas coleções de livros, a fim de identificar quais conceitos e como estão sendo apresentados para este nível de ensino.

As coleções analisadas nesse estudo foram escolhidas pelo fato que as mesmas estão sendo usadas como ferramenta pedagógica pelos professores em escolas da Baixada Santista, da rede pública municipal, estadual e particular. Uma delas foi ofertada para análise do corpo docente de uma escola municipal da cidade de Santos para ser usada no ano de 2020.

O primeiro capítulo tratará o emprego da matemática no contexto histórico, na atualidade e a sua aprendizagem na escola. Focaremos de forma mais exclusiva na importância do estudo de conceitos de Probabilidade e o seu ensino nos anos do Ensino Fundamental II, debatendo as possíveis intervenções e perspectivas metodológicas.

Na sequência, será mostrado como os conceitos de Probabilidade estão descritos nos documentos oficiais, porque é muito importante neste cenário o que se espera do aluno a respeito da sua aprendizagem. Os documentos normativos que direciona a Educação Básica,

como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).

## 2 UM BREVE HISTÓRICO

A história da Matemática está diretamente ligada ao desenvolvimento da humanidade. Desde o início das civilizações, ela sempre se fez presente na economia, agricultura, na astronomia, nas artes e nos próprios sistemas de contagem. Todas as coisas a ela ligadas se originaram da necessidade do ser humano em resolver problemas reais do seu dia a dia.

A matemática – palavra de raiz grega, oriunda do termo *mathema*, que significa estudo, conhecimento, aprendizagem – é uma ciência antiga, de origem remota, cuja história e cujas áreas e atuação são tão vastas que, mesmo após anos e anos de estudos, é praticamente impossível aprender tudo o que está relacionado a ela (ZANARDINI, 2017,p.13).

O estudo da Probabilidade surgiu como uma vertente da Matemática nos meados do século XV, apesar que seu início como uma ciência prática foi muito antes. Seu início surgiu principalmente nos jogos de azar. Há aproximadamente em 1200 a.C., um pedaço de osso do calcâneo (astragalus) era utilizado como um dado modernos (Lopes & Meirelles, 2005).

No século XVI, o matemático e apostador italiano, Jerónimo Cardano (1501-1576), escolheu em estudar as probabilidades que ele tinha em jogos de apostas. Apurou-se de forma prudente as probabilidades de obter azes de um baralho, e obter a soma igual a setes com dois dados honesto e publicou suas conclusões das suas pesquisas em um manual para apostadores chamado “Liber de Ludo Aleae”, O livro dos jogos de azar - 1526, (Biajoti,2013).

Dessa forma Cardano é apontado como o precursor da teoria das probabilidades, em razão de ter sido primeiro a realizar investigações sobre o conceito probabilístico de um dado honesto e a documentar cálculos teóricos das probabilidades (Lopes & Meirelles, 2005). Porém muitos autores consideram o nascimento da teoria às correspondências trocadas entre Pascal e Fermat, relatavam o objetivo de alcançar respostas aos problemas de jogos de azar, durante o ano de 1653, por Chevalier de Méré, nomeado como filósofo dos jogos de azar que também se interessou pelo uso da Matemática para estabelecer as apostas (Lopes & Meirelles, 2005).

A evolução da aprendizagem da Probabilidade teve um impulso em 1657, quando o físico, holandês Christian Hygens, publicou o tratado formal sobre probabilidades. Esse estudo relatou o conceito de esperança matemática de grande importância para o Cálculo de Probabilidades e Estatística (Biajoti,2013). Em 1713, Jakob Bernoulli (1654-1705), publicou o primeiro livro dedicado unicamente à teoria das probabilidades. Uma fração desse livro é

dedicada ao trabalho de Huygens sobre jogos de azar, a outra parte se tratava de permutações e combinações, e também as distribuições binomiais, teorema de Bernoulli. A probabilidade além de ter sua origem na solução de problemas de jogos de azar, juntamente com o tratamento de dados estatísticos (Lopes & Meirelles, 2005).

Assim sendo, a Matemática é uma ciência que completa todas as outras. Devido a vontade da humanidade em entender os fenômenos que o cerca para depois estudar e organizar o seu conhecimento e sua capacidade de intervenção sobre esses fenômenos, isso é de extrema importância para a construção do conhecimento matemático.

Inúmeras atividades com as quais as pessoas se relacionam exigem o conhecimento de alguns fundamentos de representação do espaço, desenvolvimento de operações, escrita de números, realização de medidas, leitura e interpretação de gráficos, um sujeito que não tem algum domínio dessas habilidades pode enfrentar inúmeras restrições à sua atuação na sociedade (SOARES, 2009).

Batanero (2006), relata necessidade da presença dos conteúdos de Probabilidade nos currículos de Matemática na Educação Básica e Fundamental pela utilidade na vida diária, seu papel instrumental em outras disciplinas, a necessidade de um conhecimento estocástico básico em muitas profissões e o importante papel no desenvolvimento de um pensamento crítico.

Em relação a probabilidade, das 31 pesquisas sobre ensino e aprendizagem da probabilidade apontado no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), apenas duas trazem como foco o livro didático de Matemática (Souza, Coutinho e Souza, 2014).

Mencionamos ainda os estudos de Azcárate e Serradó (2006) que ao examinar a probabilidade em quatro coleções de livros didáticos para a educação secundária e Carranza e Kuzniak (2009) em dois livros didáticos franceses; ambos os estudos concluem que os livros demonstram exercícios que focam no cálculo do que nas interpretações de probabilidade. Ainda houve a análise de Diaz-Levicoy e Roa (2014) que estudaram três coleções didáticas de 8º primária no Chile (estudantes de 13 a 14 anos) e verificaram diferenças na estrutura dos livros, onde os exercícios rotineiros, de caráter puramente matemático foram dominantes.

Em uma publicação mais recente foi abordado o conceito de probabilidade e estudada três coleções de livros didáticos destinado aos anos finais do Ensino Fundamental no Brasil aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático 2014. Onde foi realizado o mapeamento

das atividades de probabilidade nas coleções e categorizamos de acordo com significados, representações e contextos, (Carvalho, Silva & Paraíba,2016).

A probabilidade pode e deve ser aplicada à realidade da mesma forma que na aritmética elementar, não sendo necessárias teorias físicas nem técnicas matemáticas complicadas. Na concepção do autor, a probabilidade é uma excelente oportunidade de mostrar aos alunos como aplicar a matemática para resolver problemas reais. Porém, é necessário que o ensino das noções probabilísticas aconteça mediante uma metodologia ativa, por meio da proposição de problemas e da realização de experimentos reais ou simulados (GODINO, 1996).

## 3 DEFINIÇÕES TEÓRICA

### 3.1 CÁLCULO DE PROBABILIDADE

Uma das principais dificuldades que se encontra quando se busca a origem das probabilidades é que ela começou por ser uma ciência empírica e só mais tarde é que se desenvolveu associada à Matemática. É difícil determinar corretamente quando é que se registrou a alteração do empirismo para o formalismo matemático. Porém, todos os livros concordam que os "criadores" das probabilidades foram Pascal e Fermat (BAYER, et al. 2005).

A Probabilidade, igual a outros conceitos matemáticos, tem mais de um significado para compreender necessitamos de conhecer os diferentes significados que são relacionados a ele. Dessa forma estudaremos o significado de Probabilidade, estudados por Batanero (2005): Clássica; Frequentista; Subjetivo e Axiomático.

#### 3.1.1 CLÁSSICA

O interesse do estudo da Probabilidade surgiu devido ao grande interesse dos nobres consultarem os melhores matemáticos da época, para pedirem opiniões sobre os jogos de azar, principalmente cartas e dados. Mais tarde, no século XIX, Laplace escreveu um livro com o título de Teoria Analítica das Probabilidades. Neste livro, Laplace diz o seguinte: A teoria das probabilidades consiste na redução de todos os acontecimentos da mesma espécie a um certo número de casos igualmente prováveis, e na determinação do número de casos que são favoráveis ao acontecimento do qual procuramos a probabilidade, (Busetto,2010).

Segundo Silva e Carvalho (2014), a teoria das probabilidades teve seu princípio nas tentativas de verificar as chances de vitória nos jogos de azar, além de compreender a análise de seguros no transporte marítimo.

O significado da probabilidade clássica foi descrito por Pierre-Simon Laplace (1749–1827) que é amplamente ensinado até hoje, onde : “a razão deste número àquele de todos os casos possíveis é a medida desta probabilidade, que assim não mais é que uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis ( $P_A$ ) e cujo denominador é o número de todos os casos presumíveis ( $N$ ).”, fração demonstrada na figura 1, (LAPLACE, 1814, p. 35 apud COUTINHO, 2007). Esta abordagem para encontrar a probabilidade é denominada como probabilidade clássica, teórica ou até laplaciana.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis } P_A}{\text{número de casos possíveis } N}$$

**Figura 1 – Formula da Probabilidade Clássica, ( $P_A$ ) denominador é o número de todos os casos presumíveis (N)**

**Fonte: Elaborado pelo autor**

A Probabilidade Clássica ou Laplaciana, abrange o conceito da Probabilidade com base científica e matemática, de acordo com Batanero et al. (2016). Neste modelo, a probabilidade da eventualidade de um evento é percebida como a razão entre o número de resultados favoráveis à ocorrência do evento estudado e o número de todos os resultados possíveis e alcançado pelo experimento aleatório.

A Probabilidade Clássica tem a sua validade limitada a duas condições, o tamanho do Espaço Amostral e a incerteza dos seus eventos. De acordo com Morgado et al. (2004):

[...] a definição de probabilidade como quociente do número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis foi a primeira definição formal de probabilidade, e apareceu pela primeira vez em forma clara na obra *Liber de Ludo Aleae* de Jerônimo Cardano (1501-1576)” (MORGADO et al., 2004, p. 119).

Com esse conceito diminui o alcance do emprego da Teoria das Probabilidades, uma vez que ele se aplica apenas a eventos equiprováveis, ou seja, a experimentos aleatórios onde todos os eventos possíveis são proporcionais, com espaço amostral finito. Esse modelo não se aplica a experimentos que possua infinitas possibilidades, ou seja, é relativo a uma variável contínua, desse modo há poucos cenários em que ela se aplicaria, exemplo nos jogos de azar (BATANERO, HENRY e PARZYSZ, 2005). É um significado predominante teórico, no qual o indivíduo que pretenda calcular a probabilidade de um determinado evento precisa conhecer todos os resultados possíveis, isto é, o espaço amostral relacionado com o experimento aleatório em questão.

### **3.1.2 FREQUENTISTA**

A probabilidade Frequentista, é de base experimental. Nessa perspectiva, o cálculo da probabilidade do evento se fundamenta na observação experimental e por simulações. O método teórico do conceito de Probabilidade é extraído a partir da frequência visível de um

evento, concretizada no número constante de sua ocorrência, à medida em que ele se repete inúmeras vezes, sob as mesmas condições (BATANERO, 2005).

Assim sendo, essa abordagem da Probabilidade não pode ser aplicada em estudos de fenômenos anormais, deixando espaço para alguns questionamentos, como a obrigação de se estabelecer um exato número de vezes para se repetir um determinado experimento aleatório com um número razoável de repetições, para que não se obtenha resultados errados quando se calcula sua probabilidade.

Torres, Contrera & Batanero (2015) ressaltam o que as restrições do significado Frequentista: o valor obtido da Probabilidade não é exato, porém uma estimativa, não há como estabelecer um número exato de experimentos que se necessita para realizar a estimativa, que possa ser aceita. Em vários casos não são possíveis obter resultados com exatidão, o que comprometeria o resultado da Probabilidade.

Batanero e Díaz (2012) colocam como uma limitação da definição Frequentista o fato que não fornece um resultado preciso da probabilidade de um evento e dessa forma não podemos encontrar uma aproximação quando o experimento não for possível de repetição de um grande número de vezes. Determinados eventos, como no campo da história, não são possíveis de serem repetidos.

Porém, sua vantagem didática, quando ela possibilita a união entre Estatística e Probabilidade. Essa conexão se realiza através da Lei dos Grandes Números é um teorema essencial da teoria da Probabilidade, de acordo com a Lei dos Grandes Números, a média aritmética dos resultados da realização da mesma experiência feita várias vezes tende a se aproximar do valor provável, quanto maior o número de tentativas realizadas, mais a probabilidade da média aritmética se aproximar da probabilidade real (Batanero, 2016).

Para (Van de Walle 2009), a Lei dos Grandes Números, traz um peso maior aos dados colhidos e utilizados nos cálculos na probabilidade experimental, garantindo uma maior credibilidade aos estudos probabilísticos e uma maior confiança nos pesquisadores/professores/estudantes em seus experimentos.

O autor destaca que:

Pensando em estatísticas, uma pesquisa com 1.000 pessoas fornece mais confiança e dados mais convincentes sobre a população do que uma pesquisa com apenas 5 pessoas. Quanto maior o número de testes (pessoas entrevistadas), mais confiante você pode estar de que os dados reflitam a população maior. O mesmo é verdadeiro quando você determinar a probabilidade de um evento através da coleta de dados. (VAN DE WALLE, 2009, p.515).

### **3.1.3 SUBJETIVA**

A probabilidade Subjetiva, resulta a influência das crenças, dos indivíduos e das experiências que vão adquirindo ao longo de suas vidas. Com base neste modelo de probabilidade, a pessoa demonstra numericamente/matematicamente a probabilidade da ocorrência de um definido evento pelas suas percepções e crenças, sendo está um dos seus pontos fracos, pois, surgem muitas dificuldades na hora de relacionar matemática que traduza precisamente as crenças pessoais, (Batanero 2005).

O conceito Probabilístico é elaborado e organizado pelo indivíduo a partir de uma leitura subjetiva e pessoal ancorada/firmada no seu saber a sobre um determinado fenômeno, que deseja calcular a probabilidade. Esse modelo revela relativo e mutável, pois está atrelado às percepções e crenças do indivíduo, às quais mudam o tempo todo, (Batanero et al,2016).

O Modelo Subjetivista é usado para calcular a probabilidade de eventos que estão associados a acontecimentos históricos, políticos e econômicos, os quais, dada a sua impossibilidade de serem repetidos no tempo e no espaço (ASSIS,2018).

Este aspecto que a probabilidade se origina do desenvolvimento da teoria subjetiva (GILLIES, 1991). Mas, neste caso, a probabilidade é vista como a crença de um grupo social (ARAÚJO, IGLIORI,2013). Levando em conta nossas crenças que são compartilhadas por um grande número de pessoas em determinado grupo social. O conceito de probabilidade subjetiva tem aplicações em diversas áreas. Por exemplo, na economia, a conjunção de duas alegações faz o conceito de probabilidade subjetiva ser aceitável: (I) as crenças dos agentes econômicos em situações de incerteza afetarão a economia; e (II) um determinado grau de crença que terá efeito se for partilhado por um grupo bastante extenso, (Gillies 1991).

Designa essa perspectiva como “personalista”, pois as duas concepções, clássica e Frequentista, são propriedades do mundo real, em contrapartida, a subjetivista são avaliações pessoais de situações aleatórias. Assim sendo, a probabilidade passa de uma avaliação externa para uma avaliação centrada, (Fernandes 1999).

Esse significado de Probabilidade amplia o campo de aplicação da Teoria das Probabilidades para a Sociologia, Política, História e outras áreas, mas tem o seu status científico questionado, (Batanero,2005).

### **3.1.4 AXIOMÁTICO**

A probabilidade Axiomático, surge da necessidade de se ampliar o contexto da aplicação da Teoria das Probabilidades determinada pelo modelo Clássico e está fundamentado na Teoria dos Conjuntos (CARVALHO; OLIVEIRA, 2002). Os mecanismos/ferramentas/instrumentos matemáticos, este modelo possibilita calcular a Probabilidade de eventos não simétricos pertencentes a um espaço amostral infinito. (Godino, Batanero e Cañizares,1996).

Uma formalização do cálculo de probabilidade decorreu nos meados do século XIX com Henri Poincaré (1854-1912). Conforme Coutinho (1994), Poincaré deu à ideia da imprevisibilidade de um enfoque contemporâneo, ligando-o à complexidade dos fenômenos observados sem alterar os instrumentos básicos do Cálculo de Probabilidades. Poincaré pode ser assimilada sob um ponto de vista determinista: resultado de um método aleatório devido a uma complexidade de causas imperceptíveis.

Para Coutinho (1994), com a publicação da obra *Le Hasard*, em 1914, de Émile Borel (1871-1956), que concedeu uma contribuição axiomática ao Cálculo de probabilidade e da obra “*A treatise on Probability*”, em 1926, de John Maynard Keynes (1883-1946), contribuiu para o avanço da teoria, posicionando a Análise Matemática em uma nova perspectiva.

Conforme Coutinho (1994), a teoria das Probabilidades deu um salto definitivo com os estudos de Andrei Kolmogorov (1903-1987), que em 1933 publicou a obra “*Foundations of Theory of probability*”, contendo a axiomatização dessa teoria. A autora afirma que:

Kolmogorov dá uma apresentação axiomática à Teoria das Probabilidades, colocando-a no quadro de Teoria dos Conjuntos e tornando-a mais clara em suas limitações (1933).No plano matemático, Kolmogorov, percebeu que seria possível, através da associação de Probabilidade e medida, utilizar todo o arsenal de resultados conhecidos neste domínio (devidos a Borel e Lebesgue) e, por outro lado, relegar à etapa das aplicações o difícil problema da relação ao real. No prefácio de sua obra, ele destaca que seu objetivo é explicitar e sistematizar o conjunto dos axiomas que já estavam sendo utilizados, embora de forma implícita, pela maioria dos teóricos contemporâneos do Cálculo de probabilidades (COUTINHO,1994,p.25)

De acordo com o significado Axiomático, de natureza estrutural, atenderia a demanda por uma organização que é imposta pelos outros significados particularidades de Probabilidade. (Batanero, 2005).

#### **4. A PROBABILIDADE NOS DOCUMENTOS OFICIAIS**

No Brasil existem alguns documentos normativos que norteiam a Educação Básica, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN: Matemática, 1998), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).

A expressão “parâmetro” é usada para destacar às diversidades regionais, culturais, políticas existentes no nosso país. Dessa forma, os documentos se tornam um padrão nacional, mas que retrate uma proposta aberta e flexível, não se tratando de um currículo mínimo comum. De acordo com os documentos, a ideia é estabelecer metas educacionais para as quais possam se transformar em ações políticas do Ministério da Educação e Cultural (MEC), que são projetos de formação inicial e continuada de professores, produção de livros e materiais didáticos e até mesmo o polêmico programa de avaliação nacional (Lopes, 1998).

Os documentos também enfatizam a necessidade de fortalecimento de uma educação básica voltada para a cidadania, tendo em vista que:

O exercício da cidadania exige o acesso de todos à totalidade dos recursos culturais relevantes para a intervenção e a participação responsável na vida social. Desde o domínio da língua falada e escrita, dos princípios da reflexão matemática, das coordenadas espaciais e temporais que organizam a percepção do mundo, dos princípios da explicação científica, das condições de fruição das obras de arte e das mensagens estéticas, domínios do saber tradicionalmente previstos nas concepções da educação no mundo democrático, até outras tantas exigências que se impõem como injunções do mundo contemporâneo. (MEC,1997: 6).

No PCN a Probabilidade foi incluída no Ensino Fundamental em 1998, onde foi inserida dentro do bloco Tratamento da Informação em conjunto com a Estatística e a Combinatória, devido à demanda social. O PCN sugere que a principal finalidade é a de que o aluno entenda que muitos dos acontecimentos do dia a dia são de natureza aleatória e que se podem identificar prováveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade quanto o resultado de um deles. Os fundamentos de acaso e incerteza, que se expressam intuitivamente, podem ser explorados na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis), (PCN: Matemática, 1998).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. A BNCC apresenta cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Para ratificar a importância da Estatística e Probabilidade a BNCC, determina que o tema seja uma das suas unidades temáticas, que são obrigatórias para desenvolver suas aptidões ao longo dos anos do ensino fundamental (BNCC: 2019). O quadro 1, abaixo demonstra os objetos de conhecimento e suas habilidades dos últimos anos do Ensino Fundamental II sobre Probabilidade.

**Quadro 1 - Objetos de conhecimento de Probabilidade do Ensino Fundamental II. Adaptado de BNCC (2019).**

Matemática		
ANO/FAIXA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
6º	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º	Princípio multiplicativo da contagem.Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: Elaborado pelo autor

A temática Probabilidade e Estática possui um número total de 18 habilidades, onde podemos notar que as habilidades de Probabilidade são apenas 4 que estão distribuídas uma em cada ano letivo do ensino fundamental II.

No que se refere ao estudo de probabilidade no Ensino Fundamental I, é desenvolver a compreensão de que nem todos os fenômenos são estabelecidos. Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está alinhado no crescimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos entendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa fase, é importante que os alunos determinem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral. No Ensino Fundamental II, o estudo

deve ser desenvolvido e estudado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade Frequentista. O avanço dos conhecimentos se faz pela melhora da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem (BNCC, 2019).

Esse documento destaca a possibilidade do uso de diferentes ferramentas didáticas para a promoção do aprendizado de forma geral, como as malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas softwares de geometria dinâmica e até mesmo a história da Matemática. O foco é trazer aos alunos um contexto significativo que possibilite tanto ensinar como aprender Matemática.

Uma ferramenta fundamental, e muitas vezes a única, para a aprendizagem em todos os níveis acadêmicos é o Livro Didático. O Ministério da Educação por sua vez criou o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. O PNLD é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (PNLD 2019).

## 5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O intuito do estudo foi analisar as coleções de livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental II, visando verificar se a abordagem dos conceitos de probabilidade contemplam os objetos do conhecimento indicados na BNCC, como são abordados estes conceitos, levando em conta de quantas páginas são dedicadas em cada um dos volumes, e em quais contextos são desenvolvidas as atividades que envolvam o ensino de probabilidade.

### 5.1 ANÁLISE DAS COLEÇÕES

As coleções analisadas nesse estudo foram escolhidas pelo fato que as mesmas estão sendo usadas como ferramenta pedagógica pelos professores em escolas da Baixada Santista, da rede pública municipal, estadual e particular. Uma delas foi ofertada para análise do corpo docente de uma escola municipal da cidade de Santos para ser usada no ano de 2020, durante a pesquisa será verificado se o conteúdo dos capítulos relacionados à Probabilidade está de acordo com o PCN e a BNCC e quais abordagens são estabelecidas pelas coleções, tomando como referencia (Clássicas, Frequentistas, Subjetiva e Axiomática), de acordo com Batonera (2005).

As análises serão feitas de forma cronológica, conforme indicado no quadro 2 demonstrativos abaixo.

**Quadro 2 – Quadro demonstrativo, Obras, Autores, Editoras e Ano de Publicação.**

Obras	Autores	Editoras	Ano de Publicação
Matemática na Medida Certa – Nos Dias de Hoje	Marilia Centurión e José Jakubovic,	Leya	2015
Teláris	Luiz Roberto Dante	Ática	2016
Praticando Matemática	Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos	Editora do Brasil	2017
Matemática, Realidade & Tecnologia	Joanir Souza	FTD	2018

Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme a proposta da BNCC , os conteúdos devem ser conduzidos por todos os anos do ensino, e a cada ano que passa deve-se relembrar e inserir novos conceitos para que o

aluno possa se aprofundar cada vez mais e usar esses conceitos no seu dia a dia, porém como apurado nas coleções a realidade não é essa conforme quadro 3.

**Quadro 3- Quadro demonstrativo: Coleções e anos letivos que a Probabilidade e aplicada.**

COLEÇÕES (Ano de edição)	ANOS LETIVOS			
	6ª	7ª	8ª	9ª
Matemática na Medida Certa (2015)			X	
Projeto Telaris (2016)		x	X	x
Praticando Matemática (2017)				x
Matemática, Realidade & Tecnologia (2018)	x	x	X	x

Fonte: Elaborado pelo autor

Como podemos ver no quadro 3 acima, temos uma coleção do ano de dois mil e quinze e outra de dois mil e dezesseis elas foram usadas na pesquisa para que fosse possível verificar a evolução do conteúdo de Probabilidade e conforme o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), os livros podem ser usados em sala de aula três anos após sua edição, também somos capazes de notar que apenas uma das coleções abordou Probabilidade em todos os anos, dessa forma a cronologia proposta pela BNCC foi respeitada somente nessa coleção.

Dessa forma a primeira coleção a ser analisada será Matemática, Realidade & Tecnologia, dos autores Marília Centurión e José Jakubovic, publicada pela editora Leya. O primeiro passo foi a verificação dos índices bibliográficos, onde foi notado que a temática Probabilidade foi somente citada no livro referente ao oitavo ano, conforme quadro 3 abaixo, no capítulo de número um intitulado “A matemática do dia a dia”.

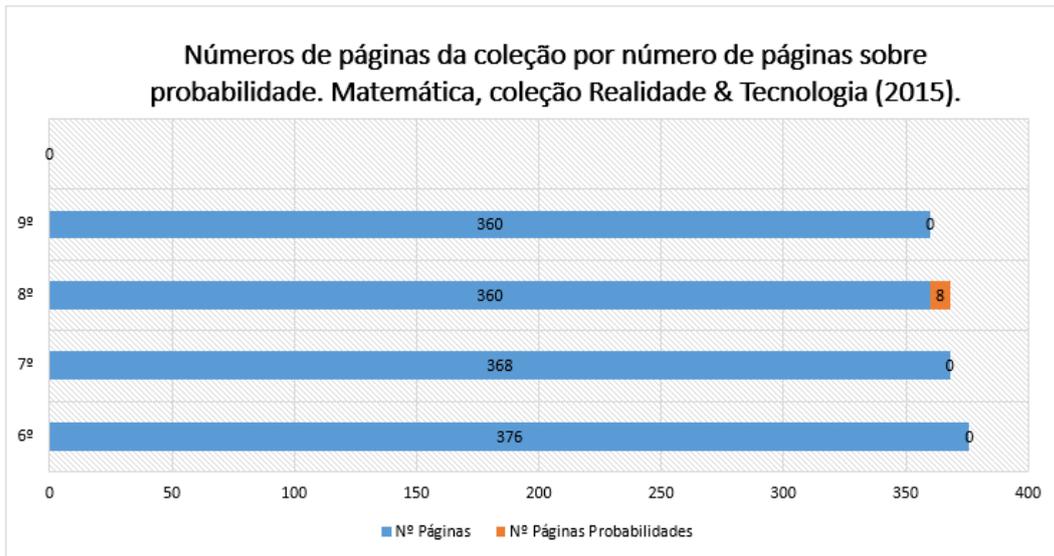
No quadro 3 abaixo podemos conferir alguns dados dos livros, como número de páginas, número de exercícios por capítulo e etc.

**Quadro 4- Números de capítulos, páginas e exercícios da coleção. Matemática, Realidade & Tecnologia (2015)**

Coleção: Matemática na medida certa, Autores: Marília Centurión e José Jakubovic, Ano 2015, Editora: Leya.						
Anos	Nº Capítulos	Nº Páginas	Capítulos Probabilidade	Nº Totais de Exercícios	Nº de Exercícios Probabilidade	Nº Páginas Probabilidades
6º	8	376	0	588	0	0
7º	8	368	0	717	0	0
8º	8	360	1	649	25	8
9º	8	360	0	666	0	0
TOTAIS:		1456	1	2645	25	8

Fonte: Elaborado pelo autor.

É visível que a probabilidade não tem um espaço significativo nessa coleção, 8 páginas que é igual a 0,055% no total, quando fazemos uma relação de número de páginas da coleção, 1472 páginas, por número de páginas onde é tratada a temática, gráfico 1, essa diferença fica gritante.

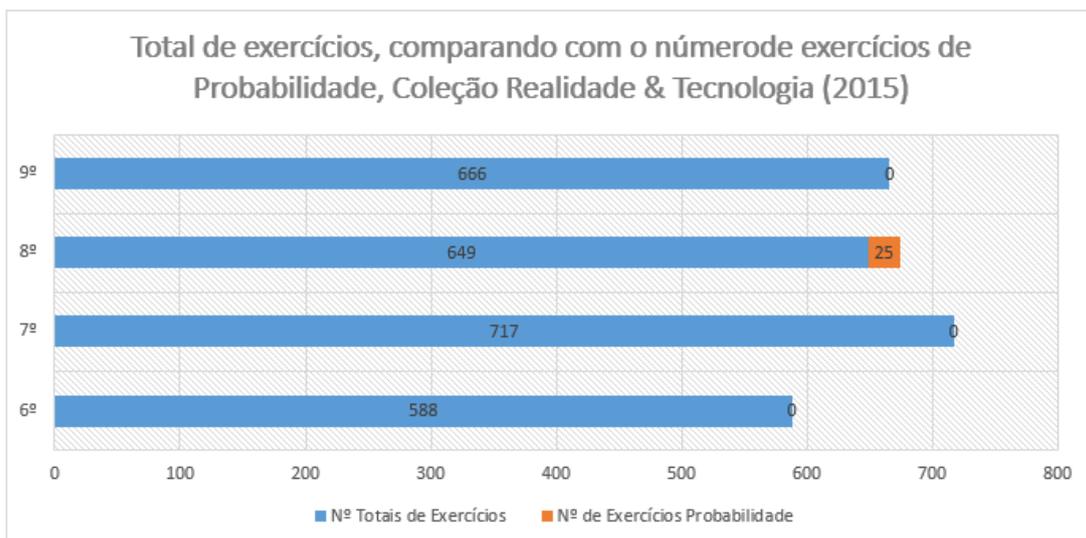


**Gráfico 1 - Números de páginas da coleção por número de páginas sobre probabilidade. Matemática, coleção Realidade & Tecnologia (2015).**

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos quantificar a quantidade total de exercícios dos quatro volumes, com o número de atividades que trabalha o tema de Probabilidade, gráfico 2, onde continuamos observando a desigualdade.

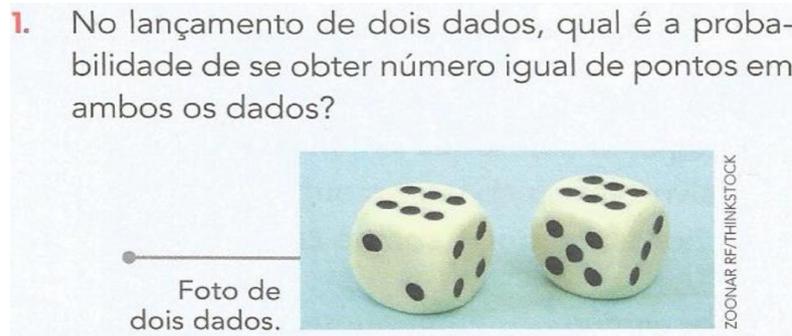
Outra comparação é o número total de exercícios, 2645 exercícios dos quatro livros da coleção apenas o do 8º ano aborda o tema de probabilidade com 25 exercícios ou 0,94%.



Fonte: Elaborado pelo autor

**Gráfico 2 - Total de exercícios, comparando com o número de exercícios de Probabilidade, Coleção Realidade & Tecnologia (2015)**

Para análise qualitativa foi escolhido o exercício número um, que representa a abordagem de todos os outros exercícios da coleção. Essa atividade do livro Matemática, Realidade & Tecnologia do 8º ano, onde é proposto o lançamento de dados, Figura 2.



**Figura 2 – Atividade, Matemática, Realidade & Tecnologia do 8º ano.**  
**Fonte: Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 8º ano (SÃO PAULO, 2015, p.16).**

As respostas dos alunos, naturalmente esperada, seriam semelhantes Figura 3.

Há 36 formas possíveis, dentre eles há 6 modos de obter número igual de pontos nos dois dados:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$p = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

**Figura 3 – Resposta esperada da atividade, Matemática, Realidade & Tecnologia do 8º ano.**  
**Fonte: Elaborado pelo autor**

A resolução desse tipo de exercício trabalha conforme a habilidade da BNCC onde se espera que calcule a probabilidade de um evento aleatório, expressando por número racional, forma fracionária, decimal e percentual, comparando esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos. Porém a habilidade é referente ao 6º ano do ensino fundamental.

De acordo com a classificação de Batanero (2016), este exercício está classificado na probabilidade Clássica.

A próxima coleção a ser analisada é Projeto Teláris, de autoria de Luiz Roberto Dante, a mesma foi publicada pela editora Ática no ano de 2016, essa coleção foi adotada por uma

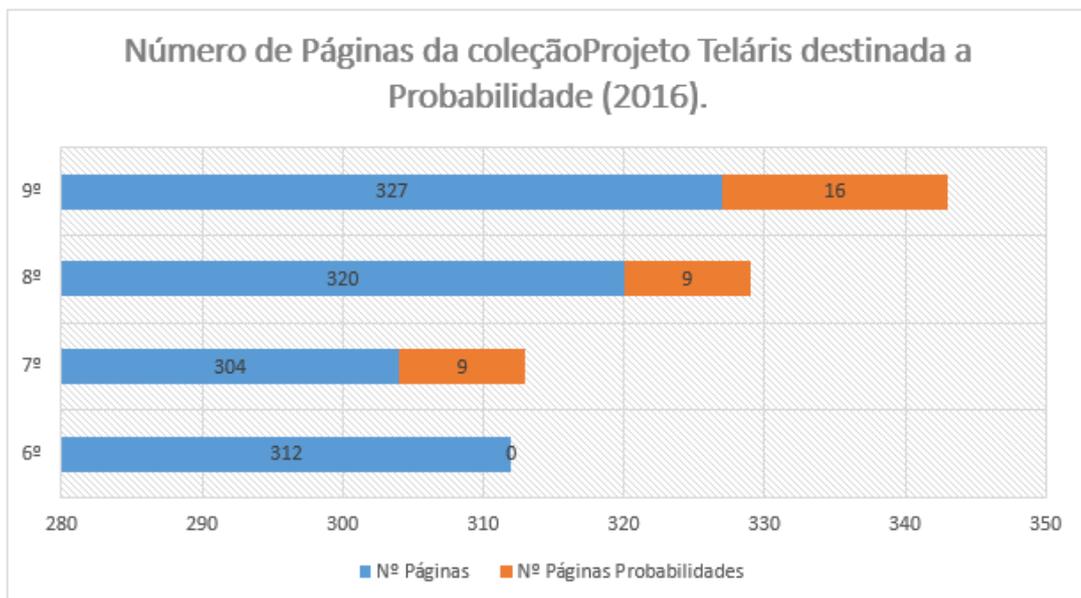
das prefeituras da Baixada Santista. A primeira abordagem da coleção sobre a temática Probabilidade veio no livro do sétimo ano, como vemos no quadro 5.

**Quadro 5- Números de capítulos, páginas e exercícios da coleção Projeto Teláris (2016).**

Coleção: Projeto Teláris, Autores: Luiz Roberto Dante, Ano 2016, Editora: Ática.						
Anos	Nº Capítulos	Nº Páginas	Capítulos Probabilidade	Nº Totais de Exercícios	Nº de Exercícios Probabilidade	Nº Páginas Probabilidades
6º	9	312	0	731	0	0
7º	9	304	1	699	25	9
8º	9	320	1	661	15	9
9º	9	327	1	675	32	16
TOTALS:		1263	3	2694	72	34

Fonte: Elaborado pelo autor

Por meio do gráfico 3, abaixo, podemos verificar os números de páginas dos quatro livros da coleção Projeto Teláris, onde 34 delas ou 2,70% das páginas, trabalha a habilidade de Probabilidade, as outras 1229 páginas, 97,30%, trabalha as demais habilidades.

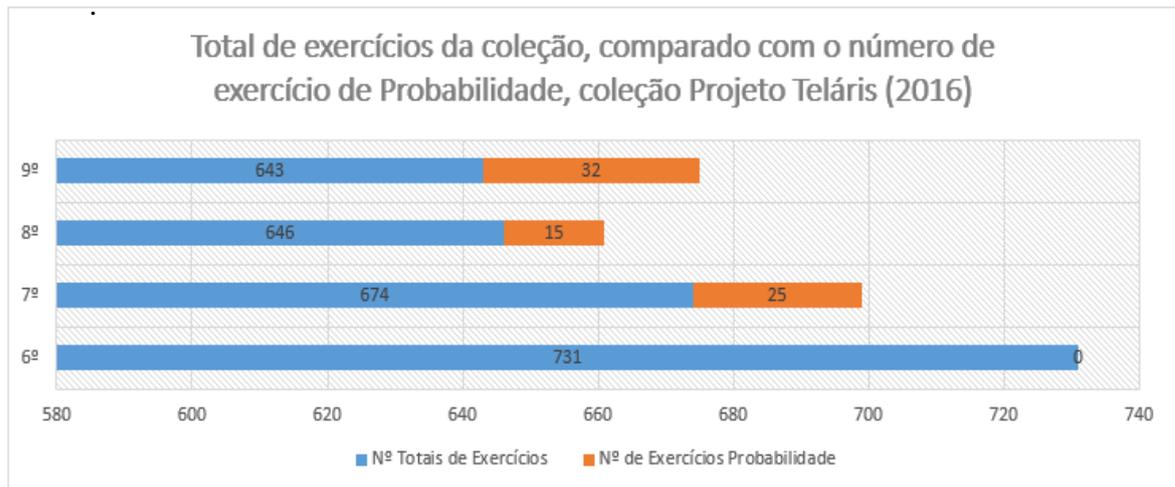


**Gráfico 3- Número de Páginas da coleção Projeto Teláris destinada a Probabilidade (2016).**

Fonte: Elaborado pelo autor

O próximo gráfico 4, demonstra, a relação de exercícios do volume do 7º ano do Projeto Teláris (2016), onde o número total de atividades de Probabilidades que é de 25 exercícios, 3,58%, de um total de 699. Dando sequência nos estudos, ainda observando o gráfico 4, onde somos capazes de verificar os exercícios publicados no livro do 8º ano, realizando um comparativo, gráfico 4, entre os exercícios da habilidade de Probabilidade com

as demais. Podemos notar que o número de exercícios de probabilidade são 15, 2,27%, contra 646, 97,73%. O livro do 9º ano do Projeto Teláris (2016), teve uma continuidade na discrepância entre as atividades de probabilidade 32, 4,75% e as outras habilidades 643 exercícios, 96,42%.



**Gráfico 4- Total de exercícios da coleção, comparado com o número de exercício de Probabilidade, coleção Projeto Teláris (2016)**

Fonte: Elaborado pelo autor

Dando continuidade à análise, realizaremos a verificação do exercício retirada do livro do 7º ano da coleção Projeto Teláris.

Nessa atividade, Figura 4, tem como exemplo o lançamento de moedas.

**Explorar e descobrir**

**Experimentos com probabilidade**  
De acordo com a definição teórica de probabilidade, quando você lança uma moeda, a probabilidade de sair cara é  $\frac{1}{2}$  ou 0,5. Assim, seria possível pensar que, se a lançarmos 20 vezes, vai sair cara 10 vezes, pois  $0,5 \times 20 = 10$ . Mas quando se realiza um experimento para testar essa hipótese, isso pode não ocorrer.

1. Suponha que uma moeda vai ser lançada 20 vezes. Quantas vezes você espera que saia cara? E coroa?
2. Agora, pegue uma moeda e reúna-se com seus colegas. Lancem essa moeda 20 vezes e registrem os resultados em uma tabela. Em seguida, escrevam no caderno o total de vezes que cada face apareceu. O resultado é igual ao que você obteve na questão 1?
3. Lancem a moeda 100 vezes e registrem os resultados no caderno. O número de vezes que saiu cara está mais próximo da metade do total de lançamentos do que na questão 2?
4. Suponha que vocês vão lançar a moeda 1000 vezes.
  - a) Vocês esperam que saia cara 500 vezes? Expliquem sua resposta.
  - b) Se sair cara 1000 vezes, o que se pode dizer a respeito dessa moeda?



Lançamento de moeda

**Figura 4 – Atividade do 7º ano, Projeto Teláris.**

Fonte: Projeto Teláris, livro do 7º ano (SÃO PAULO, 2016, p.270).

A solução esperada dos alunos seria semelhante à Figura 5.

1. Suponha que uma moeda vai ser lançada 20 vezes. Quantas vezes você espera que saia cara? E coroa?  
R: 50% de cara e 50% de coroa.

2. Agora, pegue uma moeda e reúna-se com seus colegas. Lancem essa moeda 20 vezes e registrem os resultados em uma tabela. Em seguida, escrevam no caderno o total de vezes que cada face apareceu. O resultado é igual ao que você obteve na questão 1?  
R: 8 caras e 12 coroas.

3. Lancem a moeda 100 vezes e registrem os resultados no caderno. O número de vezes que saiu cara está mais próximo da metade do total de lançamentos do que na questão 2?  
R: 53 caras e 47 coroas, sim está.

4. Suponha que vocês vão lançar a moeda 1000 vezes.  
a) Vocês esperam que saia cara 500 vezes? Expliquem sua resposta.  
b) Se sair cara 1000 vezes, o que se pode dizer a respeito dessa moeda?  
R:  
a) Sim, A medida que aumentamos o número de lançamentos, a tendência é que o número de vezes que aparece uma face vá se aproximando mais da metade do total de lançamentos.  
b) essa moeda pode ter algum defeito, ser viciada.

**Figura 5 – Resposta esperada da atividade, Projeto Teláris, livro do 7º ano**

**Fonte: Adaptado pelo autor, Projeto Teláris, livro do 7º ano (SÃO PAULO, 2016, p.270).**

Esse exercício pode ser classificado conforme declarado por Batanero (2005) e Van de Walle (2009), como Freqüentista. A solução dessa atividade trabalha de forma clara com a habilidade do 7º ano da BNCC, onde o aluno deve ser planejada e realizar experimentos que envolve cálculos de probabilidade ou estimar por meio de frequência da sua ocorrência.

A próxima atividade que iremos estudar foi retirado do livro do 8º ano do Projeto Teláris, esse exercício, Figura 6, foi escolhido por demonstra um contexto já consagrado dentro das literaturas de probabilidade.

**Exercícios e problemas**

**27.** Considerando um baralho tradicional de 52 cartas, qual a probabilidade de sair:

a) uma carta vermelha?      c) um rei?  
b) uma carta de paus?      d) a rainha de copas?

**Figura 6 – Atividade do 8º ano, Projeto Teláris.**

**Fonte: Projeto Teláris, livro do 8º ano (SÃO PAULO, 2016, p.288)**

Como demonstrado na figura 7, pode ser classificado conforme declarado por Busetto (2010) como clássica. A solução desse exercício trabalha de forma explícita com a habilidade do 6º ano da BNCC, onde devemos realizar cálculos de probabilidade como a razão entre o

número de respostas favoráveis e a somatória de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável, calculando a probabilidade por meio de muitas repetições.

**Exercícios e problemas**

27. Considerando um baralho tradicional de 52 cartas, qual a probabilidade de sair:

a) uma carta vermelha?      c) um rei?  
 b) uma carta de paus?      d) a rainha de copas?

a) R: Nesse caso  $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$  ou 50%.texto sabendo que as cores das cartas de um baralho são vermelhas e pretas, a metade de 52 é 26 ou seja :  
 $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$  ou 50%.

b) R: O baralho possui quatro nipes ou seja:  
 $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$  ou 25%.

c) R: No baralho existe apenas 4 reis ou seja :  
 $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$  ou 7,6%.

d) R: A rainha de copas só existe uma em um baralho:  
 $\frac{1}{52}$  ou 1,9%.

Figura 7 – Resposta esperada da atividade, Projeto Teláris, livro do 8º ano  
 Fonte: Adaptado pelo autor, Projeto Teláris, livro do 8º ano (SÃO PAULO, 2016, p.288)

Em fim chegamos ao exercício do livro do 9º ano, figura 8, essa atividade foi escolhida devido a transição entre os conteúdos de Probabilidade e Geometria, algo recomendado amplamente pela BNCC.

53. Em uma pesquisa sobre meios de transporte, 80 trabalhadores foram entrevistados e responderam a pergunta: "Qual transporte você utiliza para ir ao trabalho?". As respostas foram assim tabuladas:

- 42 usam ônibus;
- 28 usam carro;
- 30 usam moto;
- 12 usam ônibus e carro;
- 14 usam carro e moto;
- 18 usam ônibus e moto;
- 5 usam os três meios: carro, ônibus e moto;
- os demais vão a pé para o trabalho.

Para organizar os dados da pesquisa, foi feito o seguinte diagrama:

Qual é a probabilidade de que um desses trabalhadores, selecionado ao acaso, utilize:

a) somente ônibus?  
 b) somente carro?  
 c) carro e ônibus, mas não moto?  
 d) nenhum dos três veículos?  
 e) apenas um desses veículos?  
 f) carro?

Figura 8 – Atividade do 9º ano, Projeto Teláris.  
 Fonte: Projeto Teláris, livro do 9º ano (SÃO PAULO, 2016, p.288)

O exercício exposto na figura 9, pode ser classificado conforme relatado por Batanero (2016), como Clássica ou Laplaciana. A atividade transita entre os conteúdos de Probabilidade e Geometria, porém a Geometria nesse exercício só está de forma expositiva a solução desse exercício trabalha de com a habilidade do 6º ano da BNCC, onde devemos calcular a probabilidade como a razão do número de resultados a favor e a somatória dos resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável, porém não cobre a habilidade na sua totalidade e também a habilidade não está respeitando a cronologia da BNCC.

53. Em uma pesquisa sobre meios de transporte, 80 trabalhadores foram entrevistados e responderam à pergunta: "Qual transporte você utiliza para ir ao trabalho?". As respostas foram as seguintes:

- 42 usam ônibus;
- 28 usam carro;
- 30 usam moto;
- 12 usam ônibus e carro;
- 14 usam carro e moto;
- 18 usam ônibus e moto;
- 5 usam os três meios: carro, ônibus e moto;
- os demais vão a pé para o trabalho.

Para organizar os dados da pesquisa, foi feito o seguinte diagrama:

Qual é a probabilidade de que um desses trabalhadores, selecionado ao acaso, utilize:

- somente ônibus?
- somente carro?
- carro e ônibus, mas não moto?
- nenhum dos três veículos?
- apenas um desses veículos?
- carro?

a) R: Temos um total de 80 pessoas, onde temos 42 pessoas que pegam ônibus, porém queremos saber quantas andam somente de ônibus, visualizando o diagrama podemos notar que o círculo onde consta os dados do ônibus temos o número 17, onde:

$$\frac{17}{80}$$

b) R: Temos um total de 80 pessoas, onde temos 28 pessoas que usam carro, porém queremos saber quantas usam somente carro, visualizando o diagrama podemos notar que o círculo onde consta os dados do carro temos o número 7, onde:

$$\frac{7}{80}$$

c) R: Quantas pessoas usam somente carro e ônibus? Como podemos ver que os círculos que representam carro e ônibus, eles se cruzam e nesse ponto podemos ver o número 7.

$$\frac{7}{80}$$

d) R: Nenhum dos 3 veículos:

$$\frac{80}{80} - \frac{61}{80} = \frac{19}{80}$$

e) R: apenas um desses veículos:

$$\frac{7}{80} + \frac{17}{80} + \frac{3}{80} = \frac{27}{80}$$

f) R: Quantos usam carros?

$$\frac{7}{80} + \frac{7}{80} + \frac{9}{80} + \frac{5}{80} = \frac{28}{80} \text{ ou } \frac{7}{20}$$

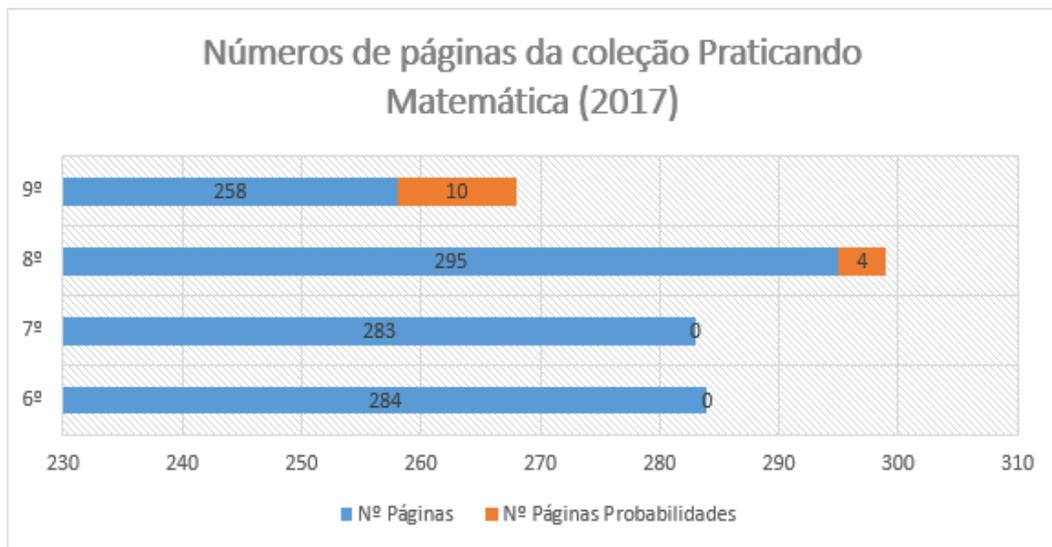
**Figura 9 – Resposta esperada da atividade Projeto Teláris, livro do 9º ano.**  
**Fonte: Adaptado pelo autor, Projeto Teláris, livro do 9º ano (SÃO PAULO, 2016, p.288)**

Seguindo a ordem cronologia a próxima coleção a ser avaliada é Praticando Matemática, dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos publicada no ano 2017, pela Editora do Brasil. No próximo quadro, quadro 6, podemos ver em números as características da coleção e a sua abordagem em relação ao tema estudado.

**Quadro 6- Números de capítulos, páginas e exercícios da coleção Praticando Matemática (2017).**  
**Fonte: Elaborado pelo autor**

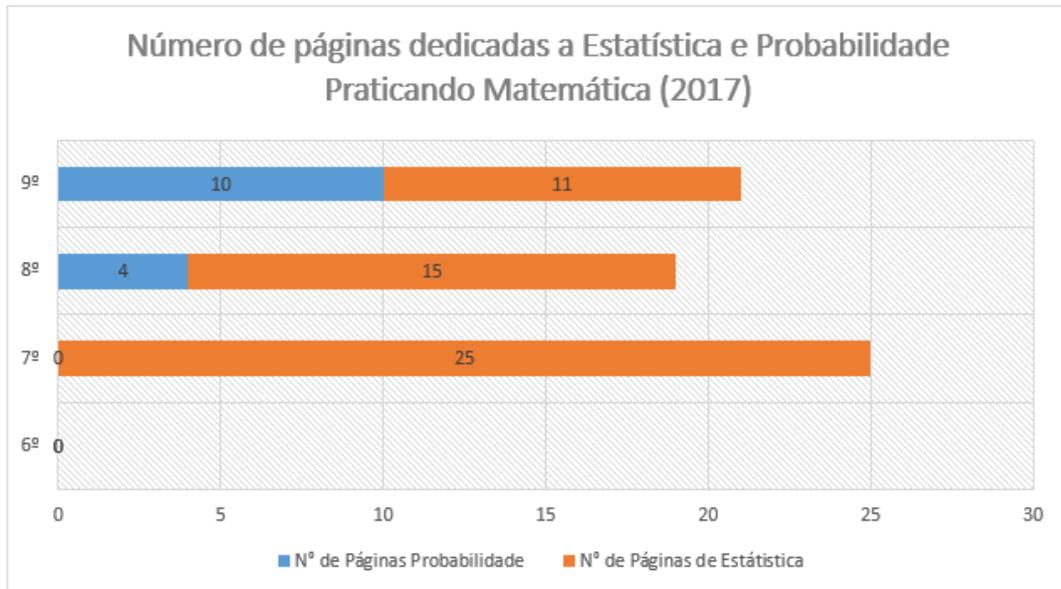
Coleção: Praticando Matemática, Autores: Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, Ano 2017, Editora: Editora do Brasil.						
Anos	Nº Capítulos	Nº Páginas	Capítulos Probabilidade	Nº Totais de Exercícios	Nº de Exercícios Probabilidade	Nº Páginas Probabilidades
6º	14	284	0	880	0	0
7º	11	283	0	880	0	0
8º	15	299	1	984	33	4
9º	10	268	1	615	46	10
TOTALS:		1134	2	3359	79	14

O próximo gráfico 5, mostra a relação entre o número total de páginas dos livros da coleção, pelo número de páginas atribuídas ao conteúdo de Probabilidade. No 8º ano podemos ver que o número de páginas é de 299, onde 4 delas, 1,34%, são de Probabilidades. Agora no 9º ano podemos analisar que o numero de páginas de Probabilidade é de 10, ou seja 3,34%.



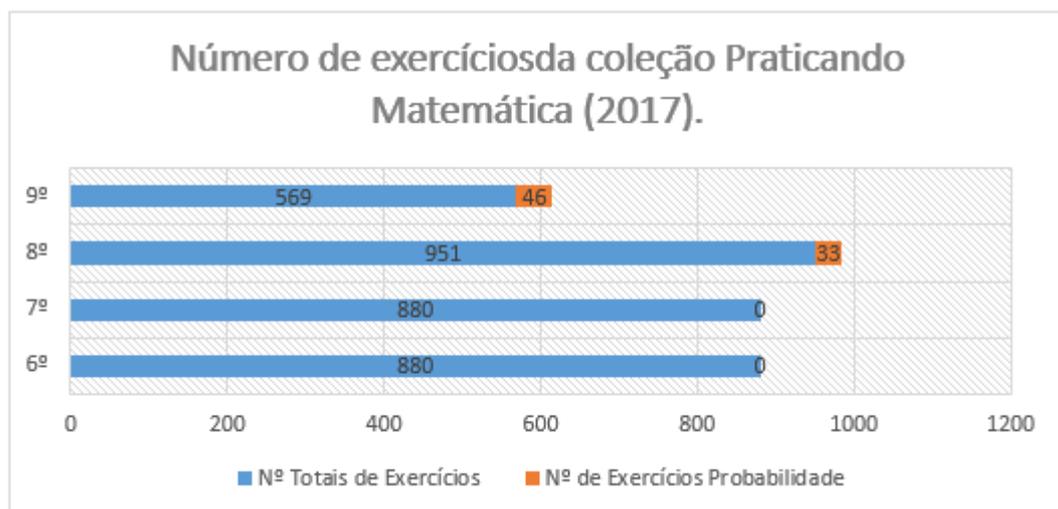
**Gráfico 5- Números de páginas da coleção Praticando Matemática (2017)**  
**Fonte: Elaborado pelo autor**

Outra relação de números de páginas, gráfico 6, é dentro do próprio capítulo Estatística e Probabilidade, onde demonstra o número de páginas dedicadas a Estatística e Probabilidade. No 8º ano possui 19 páginas onde 4 delas, 21,05%, traz o conteúdo de Probabilidade e no 9º ano temos 21 páginas entre elas 10, 47,61%, relatam o tema Probabilidade.



**Gráfico 6- Número de páginas dedicadas a Estatística e Probabilidade, Praticando Matemática (2017)**  
Fonte: Elaborado pelo autor

Como podemos ver no gráfico 7, que está na sequência mostra a relação entre o número total de exercícios dos livros da coleção, pelo número de exercícios do conteúdo de Probabilidade. No total de exercícios 3359, onde 3280 páginas, 97,65% trabalha as outras unidades temáticas e 79 delas, 2,35%, aborda Probabilidade.

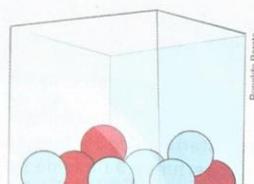


**Gráfico 7- Número de exercícios da coleção Praticando Matemática (2017).**  
Fonte: Elaborado pelo autor

[Voltar aqui](#)

Dando continuidade à observação vamos verificar um exercício do livro do 8º ano da coleção Praticando Matemática, foi escolhido o exercício de número cinquenta e quatro, onde é tratado um sorteio com uso de uma urna e bolas coloridas, conforme figura 10.

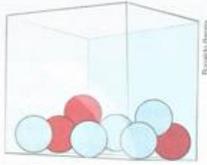
54. Numa urna, há 5 bolas azuis e 3 bolas vermelhas, todas iguais.



**Figura 10 – Atividade do 8º ano, Praticando Matemática.**  
**Fonte: Praticando Matemática, livro do 8º ano (SÃO PAULO, 2015, p.288).**

A resolução da atividade, na próxima figura 11, nos remete a habilidade do 6º ano, conforme BNCC onde foi realizado cálculo de probabilidade de um evento aleatório, mostrando através de números racionais e comparando esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos seguidos. Também vemos que o contexto abordado da probabilidade é a Clássica com e relatada por Batanero (2016).

54. Numa urna, há 5 bolas azuis e 3 bolas vermelhas, todas iguais.



A probabilidade de uma pessoa tirar uma bola vermelha da urna, de olhos fechados, é de:

a)  $\frac{1}{2}$     b)  $\frac{1}{8}$     c)  $\frac{3}{8}$     d)  $\frac{3}{5}$

**R: Temos um total de oito bolas dentro da urna, sendo cinco azuis e três bolas vermelhas, então temos:**

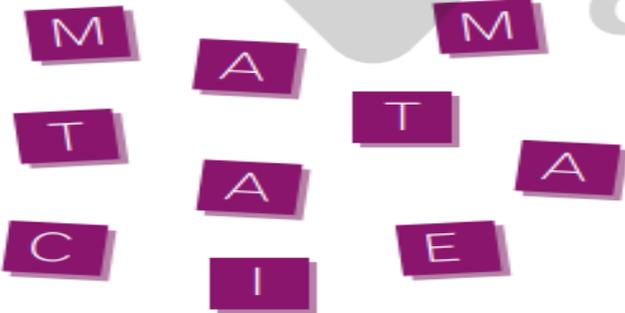
$$\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

**Então podemos concluir que :  $\frac{3}{8}$  alternativa C.**

**Figura 11 – Resposta esperada da atividade, Praticando Matemática, livro 8º ano.**  
**Fonte: Adaptado pelo autor - Praticando Matemática, livro do 8º ano (SÃO PAULO, 2015, p.288).**

A próxima atividade, figura 12, a ser estudada está publicada no livro do 9º ano, da coleção Praticando Matemática, publicada pela Editora do Brasil.

**2. Numa caixa estão os seguintes cartões:**



**Retirou-se um cartão da caixa, sem olhar.**

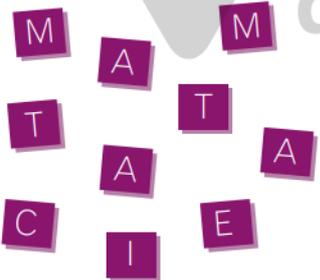
- Qual é a letra com maior probabilidade de sair? Qual é essa probabilidade?
- Qual é a probabilidade de sair a letra I?
- Qual é a probabilidade de sair uma vogal?
- Quais são as letras que têm a mesma probabilidade de sair?
- A probabilidade de sair M é maior ou menor que a de sair E?

**Figura 12 – Atividade do 9º ano. Praticando Matemática**

Fonte: Praticando Matemática, livro do 9º ano (SÃO PAULO, 2015, p.143).

A figura 13 abaixo, que demonstra resposta esperada que os alunos devem chegar.

2. Numa caixa estão os seguintes cartões:



Retirou-se um cartão da caixa, sem olhar.

a) Qual é a letra com maior probabilidade de sair? Qual é essa probabilidade?

R: A palavra possui dez letras, onde a letra A aparece três vezes, então a probabilidade da letra A é maior em  $\frac{3}{10}$ .

b) Qual é a probabilidade de sair a letra I?

R: a letra I aparece somente uma vez, portanto  $\frac{1}{10}$

c) Qual é a probabilidade de sair uma vogal?

R: o número de vogais é cinco de um total de dez então:  $\frac{5}{10}$  ou  $\frac{1}{2}$

d) Quais são as letras que têm a mesma probabilidade de sair?

R: M e T ( $\frac{2}{10}$ ) e C, I e E ( $\frac{1}{10}$ )

e) A probabilidade de sair M é maior ou menor que a de sair E?

R: M = ( $\frac{2}{10}$ ) e E = ( $\frac{1}{10}$ )

**Figura 13 – Resposta esperada da atividade, Praticando Matemática, livro do 9º ano**

Fonte: Adaptado pelo autor, Praticando Matemática, livro do 9º ano (SÃO PAULO, 2015, p.143).

As características dessa atividade como demonstrada por Batanero (2016) e Morgado (2004) é clássica. Para trabalhar na solução da atividade o aluno deverá calcular a probabilidade, expressando em forma fracionária e comparar esse número com a probabilidade, conforme a BNCC, entretanto a habilidade usada é uma habilidade do 6º ano de acordo com a BNCC.

E por fim a análise da coleção da editora FTD, Matemática – Realidade & Tecnologia, do autor Joanir Roberto de Souza, publicado no ano de 2018, essa coleção foi

escolhida para análise devido a sua oferta para uma unidade de ensino municipal da cidade de Santos, litoral do estado de São Paulo, para ser usado como livro didático para o ano de 2020.

O quadro 7, aborda algumas informações da coleção, tais como: Números de capítulos, número de páginas, capítulos de Probabilidade, número de exercícios e páginas que expõem atividades de Probabilidade.

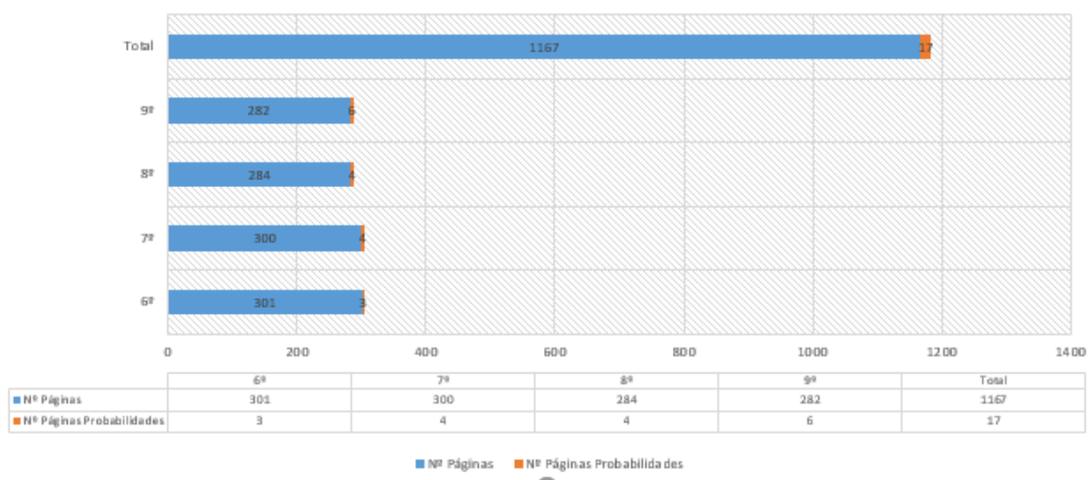
**Quadro 7- Quadro demonstrativo da coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).**

Coleção: Matemática, Realidade & Tecnologia , Autores: Joanir Souza, Ano 2018, Editora: FTD.						
Anos	Nº Capítulos	Nº Páginas	Nº Capítulos Probabilidade	Nº de exercícios	Nº Páginas Probabilidades	Observações:
6º	8	304	1	5	5	Capítulo de estatística e probabilidades juntos
7º	8	304	1	7	5	
8º	8	288	1	6	4	
9º	8	288	1	8	6	
TOTALS:		1184		26	20	

Fonte: Elaborado pelo autor

O gráfico 8, abaixo, está relacionando o número efetivo de páginas que retrata o conteúdo de probabilidade na coleção.

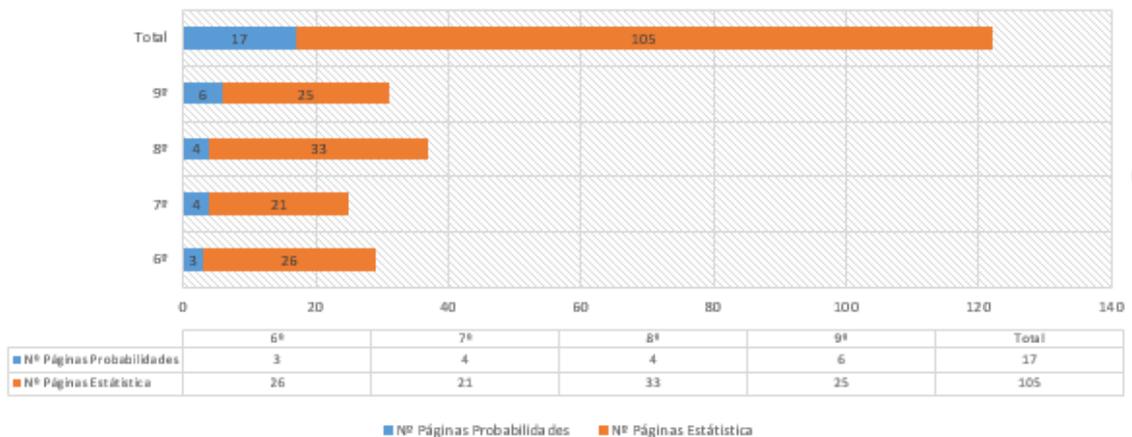
**Gráfico 8 - Número de páginas com conteúdo de Probabilidade, coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).**



Fonte: Elaborado pelo autor

Agora será revelado através do gráfico 9, os números de páginas, dentro dos capítulos de Estatística e Probabilidade dentro da coleção.

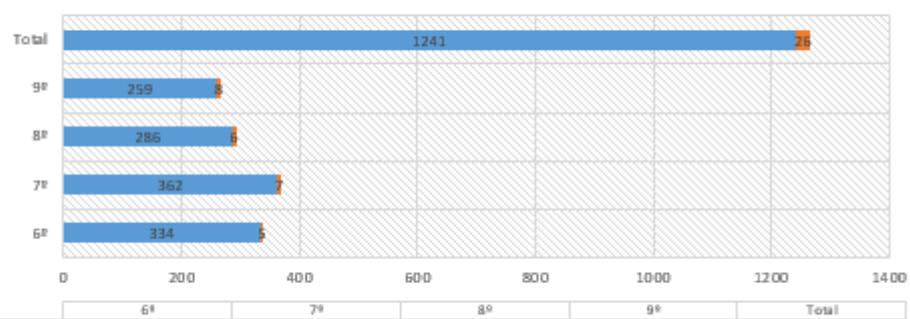
Gráfico 9 - Número de páginas dentro dos capítulos de Estatística e Probabilidade, coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).



Fonte: Elaborado pelo autor

Outra análise relevante demonstrada no gráfico 10, exibe a relação dos exercícios de Probabilidade com as demais habilidades de ensino dentro da coleção.

Gráfico 10- Número de exercícios de Probabilidade com as demais habilidades, coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018).



**Fonte: Elaborado pelo autor**

Agora chegamos na análise do exercício retirado da coleção da editora FTD, Matemática – Realidade & Tecnologia, do autor Joanir Roberto de Souza, publicado em 2018.

O primeiro exercício, figura 14, explorado é um exercício simples onde demonstra o cálculo da probabilidade em um sorteio de senhas.

5- (Enem 2015). Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

- a)  $\frac{1}{100}$       b)  $\frac{19}{100}$       c)  $\frac{20}{100}$       d)  $\frac{21}{100}$       e)  $\frac{80}{100}$

**Figura 14 – Atividade do 6º ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**

**Fonte: Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 6º ano (SÃO PAULO, 2018, p.225).**

Agora podemos, figura 15, notar que a atividade aborda o cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e também o total de resultados em um espaço amostral equiprovável, podemos notar que a habilidade do 6ºano da BNCC referente a Probabilidade e parcialmente atendida, essa abordagem possui as características da probabilidade Clássica, como relatado por Morgado (2004).

5- (Enem 2015). Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

- a)  $\frac{1}{100}$       b)  $\frac{19}{100}$       c)  $\frac{20}{100}$       d)  $\frac{21}{100}$       e)  $\frac{80}{100}$

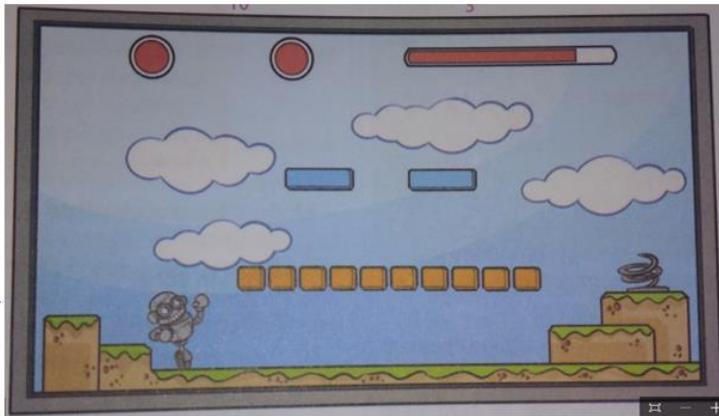
**R:Esta atividade tem por objetivo de verificar que os alunos compreenderam a quantidade de senhas numeradas 1 a 20, corresponde a 20.**

**Assim sendo resposta correta c)  $\frac{20}{100}$**

**Figura 15 – Resposta esperada da atividade do 6° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**  
**Fonte: Adaptado pelo autor, Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 6° ano (SÃO PAULO, 2018, p.225).**

Seguindo a avaliação e respeitando a ordem dos anos, chegamos ao exercício do 7° ano, essa atividade chamou atenção por simular uma situação onde o personagem de um jogo deve fazer uma escolha, conforme figura -16.

3. Em certa fase de um jogo de videogame, o personagem deve escolher ao acaso e abrir uma caixa entre dez caixas idênticas disponíveis, sendo que em apenas três delas há um prêmio.

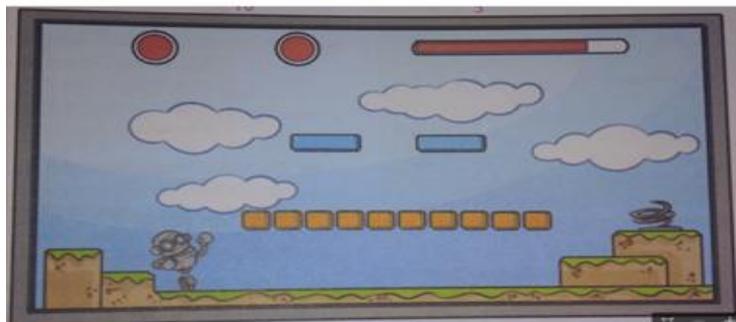


- Qual é a probabilidade de o personagem abrir uma caixa com prêmio na 1ª tentativa?
- Sabendo que na 1ª tentativa o personagem abriu uma caixa sem prêmio, qual é a probabilidade de 2ª tentativa escolhida ter prêmio?

**Figura 16 – Atividade do 7° ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**  
**Fonte: Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 7° ano (SÃO PAULO, 2018, p.245)**

A figura 17, exibe a resolução esperada pelo aluno do 7° ano.

3. Em certa fase de um jogo de videogame, o personagem deve escolher ao acaso e abrir uma caixa entre dez caixas idênticas disponíveis, sendo que em apenas três delas há um prêmio.



**Figura 17 – Resposta esperada da Atividade do 7º ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**  
**Fonte: Adaptado pelo autor, Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 7º ano (SÃO PAULO, 2018, p.245)**

Esta atividade desenvolve a análise e o cálculo de experimentos probabilístico aleatórios com espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências, trabalhando dessa forma conforme a BNCC, esse exercício possui as características da probabilidade Clássica, como exposto por Coutinho (2007).

Nessa próxima atividade, figura 18, tem como exemplo um jogo de cartas onde é feita uma comparação entre aves da fauna brasileira.

**2.** Em um jogo, há cartas com informações sobre algumas aves, com as categorias: comprimento, massa e longevidade. Nele, cada participante vira uma carta de um monte. Depois, um deles gira uma roleta, igualmente dividida em 3 partes que representam as categorias. Vence o participante que tiver o maior valor na categoria sorteada. Observe as cartas que dois participantes viraram nesse jogo.

Sabrina	Cássio
	
<b>Mutum-do-sudeste</b>	<b>Arara-azul</b>
Comprimento (cm) 90	Comprimento (cm) 100
Massa (g) 3 250	Massa (g) 1 500
Longevidade (meses) 120	Longevidade (meses) 420

a) Quem será o vencedor desse jogo caso a categoria sorteada seja:

- comprimento?
- massa?
- longevidade?

b) Qual é a probabilidade de Sabrina vencer esse jogo? E de Cassio vencer? E de empatar?

c) Ao adicionarmos as probabilidades calculadas no item b, qual resultado obtemos?

218

**Figura 18 – Atividade do 8º ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**  
**Fonte: Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 8º ano (SÃO PAULO, 2018, p.218).**

De acordo com a figura 19- mostra a resposta esperada para resolução do exercício.

**2.** Em um jogo, há cartas com informações sobre algumas aves, com as categorias: comprimento, massa e longevidade. Nele, cada participante vira uma carta de um monte. Depois, um deles gira uma roleta, igualmente dividida em 3 partes que representam as categorias. Vence o participante que tiver o maior valor na categoria sorteada. Observe as cartas que dois participantes viraram nesse jogo.

Sabrina	Cássio
	
<b>Mutum-do-sudeste</b>	<b>Arara-azul</b>
Comprimento (cm) 90	Comprimento (cm) 100
Massa (g) 3 250	Massa (g) 1 500
Longevidade (meses) 120	Longevidade (meses) 420

a) Quem será o vencedor desse jogo caso a categoria sorteada seja:

R: Comprimento : Cássio ; Massa: Sabrina e Longevidade: Cássio

b) Qual é a probabilidade de Sabrina vencer esse jogo? E de Cassio vencer? E de empatar?

**Figura 19 – Resposta esperada da atividade 8º ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**  
**Fonte: Adaptado pelo autor, Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 8º ano (SÃO PAULO, 2018, p.218).**

Esta atividade trabalha uma situação de cálculo de probabilidade de eventos aleatórios e reconhecimento de que a soma das probabilidades é igual a um, atendendo parcialmente a habilidade de Probabilidade do 8º ano conforme estabelecido pela BNCC, em que a probabilidade de eventos, com base na elaboração do espaço amostral, que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1. Apesar disso podemos notar uma característica de não equiprovável, isso pode ser feito através da definição Clássica relatada pela Batanero (2005).

Por fim chegamos ao exercício do 9º ano, onde verificaremos uma atividade, figura 20, onde uma menina tem que escolher os sabores de sorvete, essa atividade foi escolhida devido a sua proximidade com o dia a dia, no qual a grande maioria da população realiza compras.

3. Clarice está em uma sorveteria e vai pedir uma casquinha com duas bolas de sorvete. Ela está em dúvida entre quatro sabores de sua preferência. Observe no quadro a seguir as possibilidades que ela tem.

Sabor do sorvete	Abacaxi	Chocolate	Morango	Uva
Abacaxi				
Chocolate				
Morango				
Uva				

a) Quantas possibilidades Clarice tem de comprar a casquinha da maneira que deseja?

b) Se o sabor de cada uma das duas bolas de sorvete for escolhido ao acaso entre aqueles de sua preferência, qual é a probabilidade de se obter:

- uma bola de sabor uva e uma de chocolate?
- apenas uma bola de sabor morango?
- duas bolas de sabores diferentes?

**Figura 20 – Atividade do 9º ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**  
**Fonte: Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 9º ano (SÃO PAULO, 2018, p.217).**

Podemos observar que a atividade trabalha o reconhecimento de eventos independentes em experimentos aleatórios e o cálculo da probabilidade de suas ocorrências. Além de trabalhar o princípio fundamental da contagem, a figura 21, exibe a resposta esperada por um aluno do 9º ano.

3. Clarice está em uma sorveteria e vai pedir uma casquinha com duas bolas de sorvete. Ela está em dúvida entre quatro sabores de sua preferência. Observe no quadro a seguir as possibilidades que ela tem.

Sabor do sorvete	Abacaxi	Chocolate	Morango	Uva
Abacaxi				
Chocolate				
Morango				
Uva				

a) Quantas possibilidades Clarice tem de comprar a casquinha da maneira que deseja?  
R:  $4 \times 4 = 16$  possibilidades

b) Se o sabor de cada uma das duas bolas de sorvete for escolhido ao acaso entre aqueles de sua preferência, qual é a probabilidade de se obter:

- uma bola de sabor uva e uma de chocolate?  
R:  $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$  ou 12,5%
- apenas uma bola de sabor morango?  
R:  $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$  ou 37,5%
- duas bolas de sabores diferentes?  
R:  $\frac{3}{4}$  ou 75%

**Figura 21 – Resposta esperada da atividade 9º ano, Matemática, Realidade & Tecnologia.**  
Fonte: Adaptado pelo autor, Matemática, Realidade & Tecnologia, livro do 9º ano (SÃO PAULO, 2018, p.217).

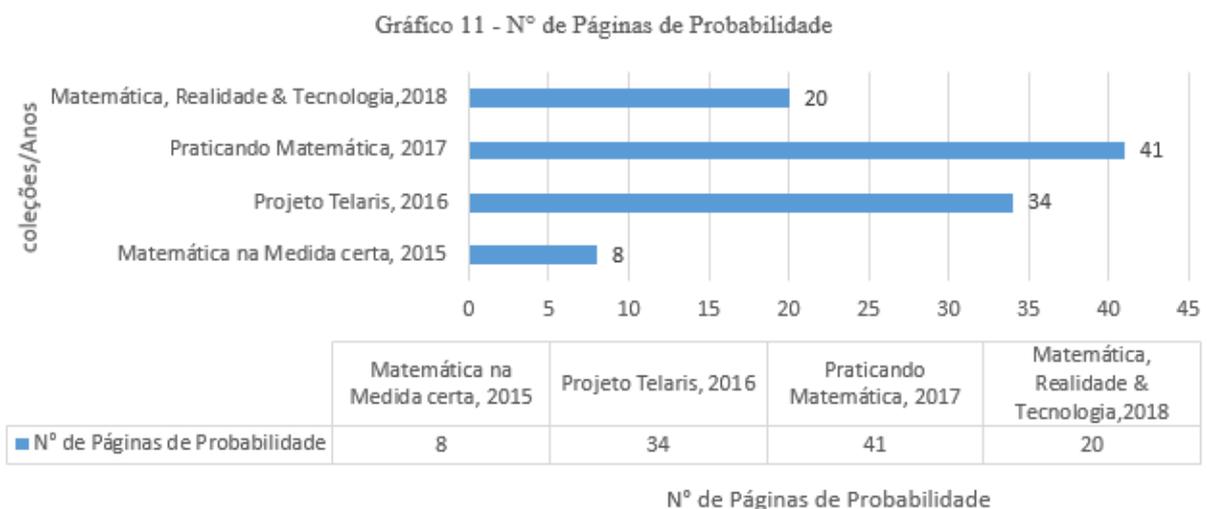
A atividade estudada nos permitiu perceber o uso parcial da habilidade do 9º ano conforme a BNCC onde verificamos o reconhecimento de experimentos aleatórios, de eventos dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, como relatado por Busetto (2010), podemos constatar que neste exercício o conceito da probabilidade Clássica.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após reflexão acerca da relevância das áreas da Matemática para uma participação da população no cotidiano, percebeu-se a importância da Probabilidade no contexto social. O letramento Probabilístico é fundamental para saber tratar com as informações a que são expostos no cotidiano.

A análise dos capítulos de Probabilidade das coleções do ensino fundamental dois, foi norteada por documentos oficiais tais como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), levando principalmente em consideração a BNCC porém devemos ressaltar que as temáticas de Probabilidade também estejam inseridas nos PCNS.

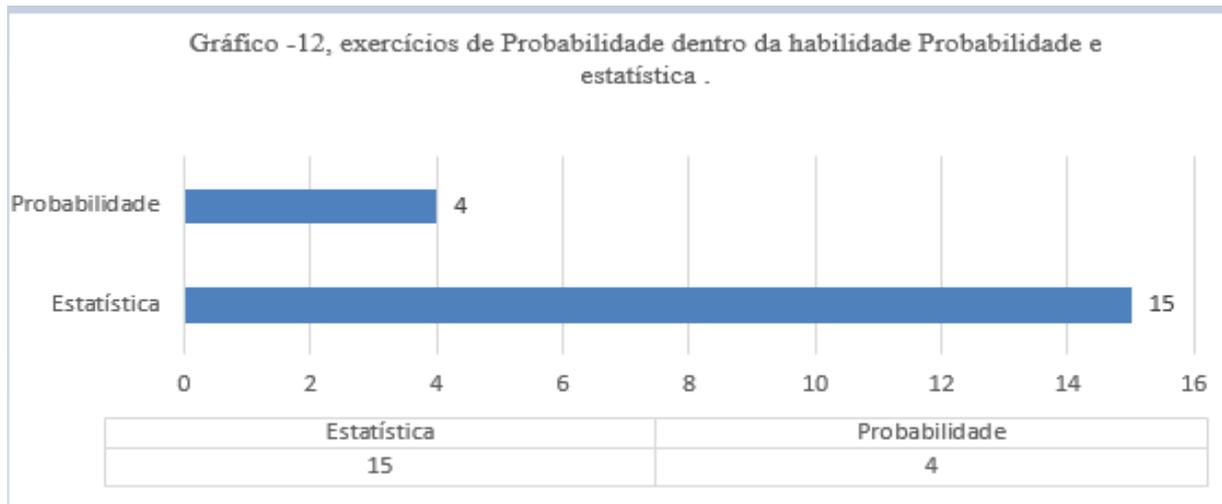
Durante a análise foi notado o número total de páginas dedicadas por cada coleção sobre Probabilidade, gráfico 11, podemos ver que a cada ano que se passa, o tema Probabilidade ganha em números de páginas.



Fonte: Elaborado pelo autor

Entretanto podemos notar que a coleção do ano de 2018 teve uma redução comparando com as coleções dos anos de 2016 e 2017 no número de páginas, porém a mesma é a única que está de acordo com a BNCC no tocante de abordar Probabilidade em todos os anos. Durante o estudo é justificável afirmar que a Probabilidade está sendo vista como um

apêndice da Estatística, mesmo sendo a unidade temática onde são estudadas ser nomeada de Estatística e Probabilidade, podemos ver no gráfico 12, os números dos exercícios de Probabilidade dentro da temática.



Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme o texto da BNCC, onde que no Ensino Fundamental dois, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades onde os alunos façam experimentos aleatórios e simulações com a probabilidade Clássica, e probabilidade Frequentista, porem e possível verificar que a coleção de Matemática na Medida Certa (2015), atende parcialmente a BNCC, ela só trabalha apenas a primeira e a segunda das habilidade de forma parcial, demonstrando somente a probabilidade Clássica no livro do 8º ano, a coleção Projeto Teláris (2016) atende somente as três primeiras habilidades de forma parcial, porém não respeitando a cronologia estabelecida pela BNCC, aplicando a unidade temática Probabilidade nos anos do 7º, 8º e 9º ano, a coleção Praticando Matemática (2017) atende parcialmente BNCC, só demonstrando a Probabilidade no livro do 8º e 9º ano, demonstrando probabilidade Clássica e poucos exemplos de frequentista, apenas a coleção Matemática, Realidade & Tecnologia (2018) atende as quatro habilidades BNCC, da forma que elas são introduzidas, uma em cada ano da sua coleção, porém a mesma não atende as habilidade por completo.

As coleções analisadas atendem parcialmente as habilidades da probabilidade determinada pela BNCC, elas não respeitam a cronologia e não transcrevem todo o conteúdo da habilidade, ficando sempre nos mesmos exemplos (lançamento de um dado..., retirada de uma bola de uma urna..., em um baralho...), e também como podemos ver na amostra de

exercícios escolhidos que eles trabalham exclusivamente com o significado Clássica e muito poucas atividades das outras categorias estudadas.

Esta análise não pretende findar com todas as possibilidades a respeito das argumentações do tema, mas contribuir com possibilidades de novos estudos no futuro associados à Matemática e Probabilidade.

## REFERÊNCIAS

ABE, Thaiana Sakate & BITTAR, Marilena. O Ensino de Probabilidades nas Visões Clássica, Freqüentista e Geométrica. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010.

ANDRINI, Álvaro, VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática*. Coleção do Ensino Fundamental Anos Finais. Ed. Editora Brasil, 2017.

ARAÚJO, Péricles C.; IGLIORI, Sonia B. O problema epistemológico da probabilidade. *Caderno da Física da UEFS, Feira de Santana*, v. 11, n. 12, p. 57-75, 2013.

ASSIS, JORGE DE LIMA, *ENSINO DE PROBABILIDADE: ANÁLISE DE UMA PROPOSTA PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL*. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, 2018.

AZCÁRATE, P., SERRADÓ, A. Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, n.340, p. 341-378. 2006.

BAYER, A., ECHEVESTE, S., BITTENCOURT, H. R., ROCHA, J. *Probabilidade na Escola*, 2005.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. 8,3, p. 247 – 263. 2005.

BATANERO, C., HENRY, M., PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In JONES, G. (Org.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. New York: Springer, 2005.

BATANERO, C. *Educación Estadística em la Matemática Escolar: Retos para la Enseñanza y la Formación de Profesor (documento de Discusión)*. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Santa Cruz de Tenerife, 2006.

BATANERO, C.; CHERNOFF, E.; ENGEL, J. Lee.; H., & SÁNCHEZ, E. *Research on Teaching and Learning Probability*. ICME-13. Topical Survey series. Springer Open. 2016.

Biajoti, Emerson Donizete. *Experimentos Probabilísticos: Noções de Probabilidade no Ensino Fundamental II*, Universidade Federal de São Carlos, Programa de Mestrado profissional em Matemática em rede Nacional, Departamento de Matemática. São Carlos 2013.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (3o e 4o ciclos do Ensino Fundamental)*. Brasília: SEF/MEC, 1998. (PCN: Matemática, 1998).

\_\_\_\_\_: BNCC: Base Nacional Curricular Comum. Brasília: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Brasília: MEC, 2019. (PNLD: 2019).

BUSETTO, Daniele Trentin, PROPOSTAS AO ESTUDO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO. Dissertação apresentada para trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, do Departamento de Ciências Exatas e da Terra, da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – Campus de Erechim, Erechim, 2010.

CARVALHO, Dione Lucchesi; OLIVEIRA, Paulo César. Quarto Concepções de Probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na Licenciatura em Matemática: Clássica, Frequentista, Subjetiva e Formal. 25ª Reunião Anual de Anped., Caxambu, 2002.

CARVALHO, José Ivanildo Felisberto, SILVA, César Diogo Bezerra, Paraíba, Tiago dos Santos, UM ESTUDO SOBRE PROBABILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: SIGNIFICADOS, EPRESENTAÇÕES E CONTEXTOS. Dissertação apresentada no XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016.

CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de & PIETROPAOLO, Ruy Cesar. Trajetórias Didáticas em uma Experiência Formativa Sobre Probabilidade com Professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. VII Seminário Internacional de Pesquisa Em Educação Matemática, 2018.

CENTURIÓN, Marília, JAKUBOVIC, José. Matemática na Medida Certa – Nos Dias de Hoje. Coleção do Ensino Fundamental Anos Finais. Ed. Leya, 2015.

COUTINHO, C. Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. 2 (3), p.50-67, UFSC: 2007.  
COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequentista, Dissertação (mestrado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris. Coleção do Ensino Fundamental Anos Finais. Ed. Ática, 2016.

DIAZ-LEVICOY, D., ROA, R. Análisis de actividades sobre probabilidad en libros de texto para un curso de básica chilena. Revista Chilena de Educación Científica. v.13, n.1, p. 9-19, 2014.

Fernandes, J. A. S. (1999). Intuições e aprendizagem de probabilidades: uma proposta de ensino de probabilidades no 9.o ano de escolaridade. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade do Minho, Braga (Portugal).

GILLIES, Donald. Intersubjective probability and confirmation theory. British Journal for the Philosophy of Science, Great Britain, v. 42, n. 4, p. 513-533, 1991.

GODINO, J. D; BATANERO, M; CAÑIZARES, M. J. Azar y Probabilidad. Madrid: Síntesis, 1996.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin, A PROBABILIDADE E A ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE CURRICULAR. Dissertação apresentada no GRUPO DE PESQUISA: CEMPEM – PRÁTICA PEDAGÓGICA EM MATEMÁTICA, Campinas, 1998.

LOPES, Celi Espasandin & MEIRELLES, Elaine. Estocástica nas séries iniciais. XVIII ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA – LEM/IMECC/UNICAMP, 2005.

MORGADO, A. C. O. et al. Análise Combinatória e Probabilidade. Rio de Janeiro: SBM, Coleção do Professor de Matemática, 2004.

SILVA, C. D. B; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I. O Jogo Igba-Ita e a construção do Conhecimento Probabilístico. In: Anais do Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2014.

SOARES, Eduardo Sarquis. Ensinar Matemática – desafios e possibilidades. Belo Horizonte: Dimensão, 2009.

SOUZA, F. DOS S., COUTINHO, C. E SOUZA, A. C. EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: o professor e o livro didático. Texto Mesa Redonda – Anais do VI Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro. [cd-room], 2014.

SOUZA, Joanir., Matemática, Realidade & Tecnologia. Coleção do Ensino Fundamental Anos Finais. Ed. FTD, 2018.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática do Ensino Fundamental: formação de Professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.